

Cognome: ..... Nome: .....

Matricola: ..... Corso di Laurea: .....

**Domanda 1**

[5 punti]

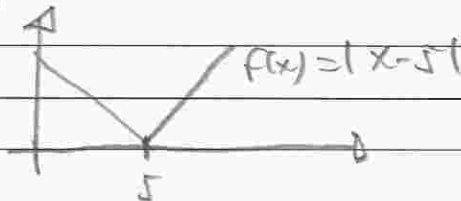
D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

- (i) Dare la definizione di continuità per una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .
- (ii) Dire se esiste una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  che è continua ma non derivabile nel punto  $x_0 = 5$ . (Giustificare la risposta).

**Risposta**

(i)  $f$  è continua in  $x = x_0$  se  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$   
 $f$  è continua se è continua  $\forall x \in \mathbb{R}$

(ii) Sì, p.e.  $f(x) = |x-5|$  è continua ma non derivabile in  $x_0 = 5$



**Domanda 2**

[5 punti]

Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua tale che  $f(0) \cdot f(1) > 0$ . Allora

- a)  $f(x) > 0$  per ogni  $x \in [a, b]$
- b) l'insieme  $\{f(\sin(x)) : x \in [0, \pi]\}$  ammette minimo
- c)  $f$  è costante
- d) non esiste  $c \in [0, 1]$  tale che  $f(c) = 0$

(Giustificare la risposta)

**Risposta**

(i) cfr. compito 9 CFU

(ii)

## Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

Risoluzione

$\rightarrow 0$  per  $x \rightarrow +\infty$

$$\arctan\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \rightarrow \arctan(1) = \pi/4$$

## Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_1^e x \cdot \ln(x) dx$$

Risoluzione

Si usa integrazione per parti:

$$\int_1^e x \cdot \ln(x) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \ln(x) \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} \Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4}(e^2 - 1)$$

$$= \frac{e^2 + 1}{4}$$

### Esercizio 3

[5 punti]

Trovare i punti  $c \in \mathbb{R}$  in cui la retta tangente al grafico di  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$  in  $c$  è orizzontale.

#### Risoluzione

retta tangente orizzontale significa derivata  $= 0$ .

$$\text{Abbiamo } f'(x) = \underbrace{3x^2 - 4x}_{= x \cdot (3x - 4)} \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 0 \\ 4/3 \end{cases} \text{ opp.}$$

$$\text{Quindi } c = 0 \text{ opp. } = 4/3$$

## Esercizio 4

[7 punti]

Studiare la funzione  $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{3-x}$  (senza calcolare  $f''(x)$ ) e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

dr. campo da 3 CFU