**Analisi Matematica. Durata della prova: 2 ore** **31.1.23**

**Cognome** ..... **Nome** .....

**Matricola** ..... **Corso di Laurea:** Informatica

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[4 punti]**

(i) Dare la definizione di convergenza al limite $l \in \mathbb{R}$ di una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Studiare la convergenza della successione $a_n := n - \sqrt{n^2+n}$, $n \in \mathbb{N}$.

**Risposta**

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[4 punti]**

(i) Enunciare il teorema di Rolle.

(ii) Calcolare i punti critici della funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) := x \cdot \ln(x)$.

**Risposta**

(i)

(ii)

## Esercizio 1

**[5 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) - x \cdot \cos(x)}{\sin(x) \cdot \big(1 - \cos(x)\big)}$$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[5 punti]**

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \, dx$$

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[4 punti]**

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(3,5)$ per $f(x,y) = \dfrac{x \cdot y^2}{1+x^2}$ e il versore $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Studiare la convergenza del limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\left(1-e^{3x}\right) \cdot \ln(1-2y)}{2x^2+3y^2}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[6 punti]**

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \left(2x^2 - 5x + 2\right) \cdot e^x$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

### Risoluzione