Analisi Matematica (1) **Durata della prova: 2 ore** **4.9.23**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza di una serie numerica $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k$.

(ii) Fare l'esempio di una serie con somma $\sum_{k=0}^{+\infty} a_k = 2$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che l'equazione $x^2 = \ln(2 - x)$ ammette una soluzione nell'intervallo $[0, 1]$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x) + \cosh(x) - e^x}{x \cdot \big(1 - \cos(x)\big)}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_0^3 \frac{1 + 2x}{3\sqrt{x}}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare l'equazione del piano tangente $p(x, y)$ al grafico della funzione $f(x, y) = x \cdot \sin\big(x \cdot y^2\big)$ nel punto $(x_0, y_0) = \big(\frac{\pi}{2}, 1\big)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(3, 1)$ per la funzione $f(x, y) = \ln\Big(\dfrac{x+y}{y}\Big)$ e il versore $v = \Big(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\Big)$.

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 5}{3 - x}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione