Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **5.2.08**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di punto di massimo locale per $f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) L'origine è un punto di massimo per $f(x) := \begin{cases} x & \text{per } x \neq 0, \\ 1 & \text{per } x = 0 \end{cases}$?

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Mostrare con un'esempio che la derivabilità *non* implica la differenziabilità.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^2$ per ogni $x, y \in \mathbb{R}$. Allora

- [a] $f(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$
- [b] f non è continua in $x = 0$
- [c] f è costante
- [d] $f(x) = x^2$

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sapendo che $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ verifica una e una sola di queste proprietà, specificare quale

- [a] monotona crescente con limite finito diverso da 0
- [b] $|a_n| \leq 1$ per ogni $n \in \mathbb{N}$
- [c] $1 - \dfrac{1}{n} \leq a_n \leq 1 + \dfrac{1}{n}$
- [d] $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ limitata

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

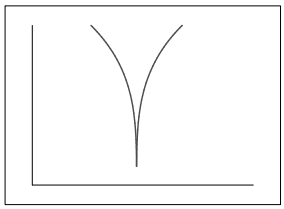
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \cdot \ln\left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

La curva in figura è parte del grafico di è



a $f(x) = \left|\sin^3(x)\right|$

b $f(x) = \sqrt[7]{\sin^2(x)}$

c $f(x) = |\sin(x)|$

d $f(x) = \sqrt[3]{\sin(x)}$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (7x-6)\cos(3x)\,dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Verificare se esiste il limite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}$

Risoluzione