Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore **5.2.08**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di continuità per $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in [a, b]$.

(ii) Fare un esempio di funzione continua ma non derivabile in $x_0 = 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Sotto quali condizioni $f : I \to J$, $I, J \subseteq \mathbb{R}$, è invertibile?.

(ii) Enunciare il teorema sulla derivata della funziona inversa.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

L'equazione $e^{-|x|} = \sqrt{\pi}$ ha esattamente

[a] due soluzioni opposte [b] due soluzioni negative [c] nessuna soluzione [d] una soluzione

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

Se $f \in \mathrm{C}(\mathbb{R})$ è tale che $f(x) \leq -1$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, allora

[a] la funzione $x \mapsto -\int_x^2 f(t)\,dt$ è crescente

[b] $\int_2^7 f(t)\,dt \;<\; -\int_7^2 f(t)\,dt$

[c] la funzione $x \mapsto \int_x^3 f(t)\,dt$ è monotona

[d] $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)\,dt \leq -1$

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

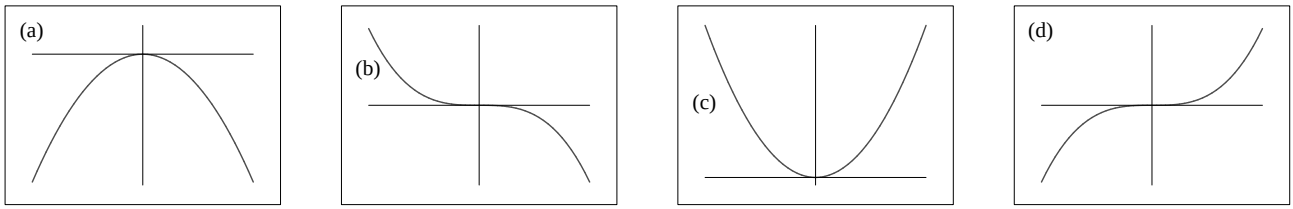
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{5\sqrt{n} + \sqrt[5]{2n}}$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) = -\sin(x) \cdot \cos\big(f(x)\big)$. Allora parte del grafico di f è



Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_1^{e^7} \frac{1}{x \cdot \sqrt{9 + \ln(x)}}\, dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare gli estremi locali della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{se } -1 < x < 0, \\ 2 - 3x^2 & \text{altrimenti.} \end{cases}$

Risoluzione