Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **7.1.13**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** ..... **Canale** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza per una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Fare un esempio di una successione tale che $\lim_{n\to+\infty} a_n = -\frac{1}{2}$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

(ii) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $\int_0^x f(t)\,dt = x^2 - \sin(x)$. Allora $f(0)$ vale

a 0 b -1 c 1 d non si può calcolare $f(0)$

Risposta

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) \cdot \cos(2x) - x}{x \cdot \ln(1 + x^2)}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{1 + 4x^2}} \, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = x \cdot e^{\sin(y)}$ nel punto $(x_0, y_0) = (2, \pi)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 2 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[7 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di estremo locale (*senza* calcolare la derivata seconda) ed asintoti della funzione $f(x) = \arctan\left(\frac{x}{3} - x^3\right)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione