Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore **7.1.13**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** ..... **Canale** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) Fare un esempio (anche grafico) di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che è continua in $x = \pi$ e discontinua in $x = e$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare la Formula di Taylor con resto di Peano.

(ii) Sia $T_4(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 - 1$ il polinomio di McLaurin di $f \in C^5(\mathbb{R})$. Allora $f'''(0)$ vale

a 0 b $-\dfrac{1}{2}$ c -3 d non si può calcolare $f'''(0)$

Risposta

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \cdot \sin(x) - \ln(1 + x^2)}{x^4}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \frac{x \cdot \sin(x^2)}{1 + 2\cos(x^2)}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale di $f(x,y) = x \cdot \ln\big(1 + e^y\big)$ nel punto $(x_0, y_0) = \big(-1, \ln(2)\big)$ nella direzione $v = \frac{1}{5}(3,4)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la continuità in $(x_0, y_0) = (0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2+3y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[7 punti]

Trovare dominio, zeri, punti di estremo locale e punti di flesso della funzione $f(x) = \ln\left(x^2\right) - \ln^2(x)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione