Analisi Matematica (1), Scritto 1-A. **Durata della prova: 2 ore** **7.2.18**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Sia $f : (a, b) \to \mathbb{R}$. Dare la definizione di continuità di f in $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Fare l'esempio di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che è continua ma *non* derivabile in $x_0 = \pi$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema di Lagrange (chiamato anche teorema del valor medio).

(ii) Trovare un punto c del teorema di Lagrange per $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin(2x)}{x} - 2}{x^2}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Studiare la convergenza del seguente integrale improprio. Nel caso converga, calcolarne il valore.

$$\int_3^4 \frac{dx}{\sqrt{x-3}}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare l'equazione del piano tangente della funzione $f(x,y) := \ln\left(\frac{x}{y}\right)$ nel punto $(2,1)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[5 punti]

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)\cdot\cos(y^2)}{x^2+y^2} + 3y & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, zeri, eventuali asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{1-x}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione