Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore **8.1.08**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di derivata di una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Dare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto x_0.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di funzione integrale per una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monotona. Allora

a f è continua in 0

b non esiste $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

c f ammette massimo in $[0, 2]$

d f non è limitata

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Il limite $\lim_{n\to+\infty} \left(-1 + \frac{2}{n^2} \cdot \sum_{k=1}^{n} k \right)$

a non esiste

b $= 0$

c $= 1$

d $= +\infty$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare il limite

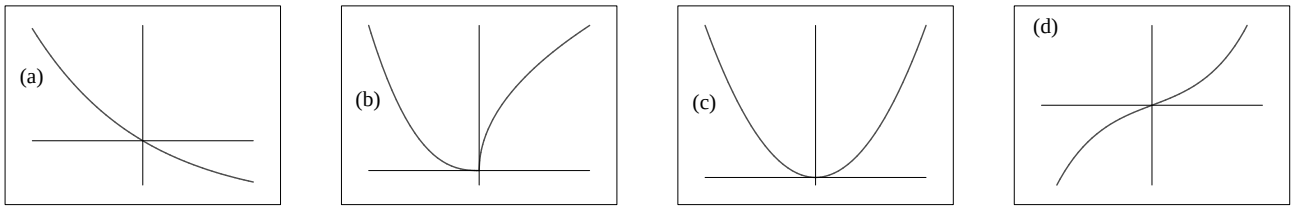
$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-2x)\cdot(1+\sin(x)) + 2x}{x^2}$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) \cdot f''(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora parte del grafico di f è



Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_0^{\sqrt{\ln 3}} x^3 \cdot e^{x^2}\, dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Calcolare il gradiente e la derivata direzionale di $f(x, y) = 3e^{x+y^2} - 4y + 2x^2y$ in $(0, 0)$ nella direzione del versore $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$.

Risoluzione