Analisi Matematica 1, Scritto 3-A. Durata della prova: 2 ore **8.1.08**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione delle somme parziali per una serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

(ii) Dare la definizione di convergenza per una serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e un versore $v \in \mathbb{R}^2$.

(ii) Enunciare il teorema del gradiente.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $f \in \mathrm{C}^1(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f(1) = 0$ e $f'(0) = f'(1) = 1$. Allora

- [a] esiste $c \in (0,1)$ tale che $f(c) = 0$
- [b] $f(x) = 0$ per ogni $x \in (0,1)$
- [c] esiste un unico $c \in (0,1)$ tale che $f'(c) = 0$
- [d] $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (0,1)$

Risoluzione (anche grafica)

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione monotona. Allora $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è

- [a] limitata
- [b] convergente
- [c] divergente
- [d] limitata superiormente oppure inferiormente

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Calcolare il limite

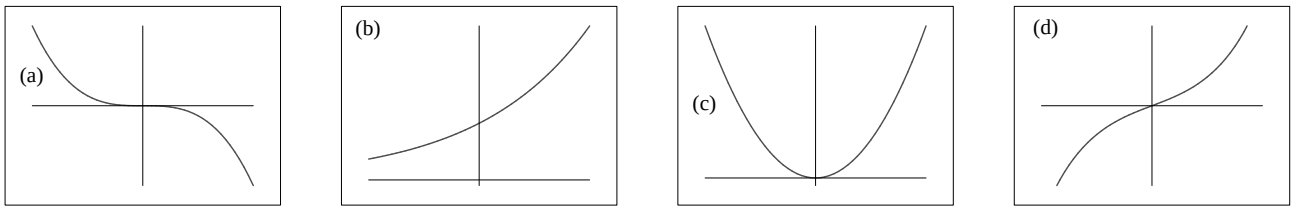
$$\lim_{x\to 0} \frac{\big(\cos(x) + x\big) \cdot \sin(2x) - 2x}{x^2}$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Sia $F(x) := \int_0^x f(t)\,dt$ per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e positiva. Allora parte del grafico di F è



Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito $\int_0^1 x \cdot \sqrt{1+x^2}\,dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^3y^3 + x^2 + y^2$ e classificarli.

Risoluzione