**Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore** **8.7.08**

**Cognome:** ..... **Nome:** .....

**Matricola:** ..... **Corso di Laurea:** .....

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| E6 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di funzioni integrabili secondo Riemann.

(ii) Fare un esempio di una funzione $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ discontinua ma integrabile.

### Risposta

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di $f(x) = o\big(g(x)\big)$ per $x \to x_0$ e due funzioni $f$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare la formula di Taylor con il resto di Peano.

### Risposta

(i)

(ii)

## Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione limitata. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\lim_{n\to+\infty} a_n$ esiste finito

$\boxed{\text{b}}$ $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ non è monotona

$\boxed{\text{c}}$ $\left(\frac{1}{1+a_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ è limitata

$\boxed{\text{d}}$ $\left(\frac{1}{1+a_n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ è limitata

### Risoluzione

## Esercizio 2 **[3 punti]**

La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}-x & \text{se } x\le 0\\ e^{-x}-1 & \text{se } x>0\end{cases}$

$\boxed{\text{a}}$ è derivabile in $x=0$ $\boxed{\text{b}}$ è limitata in $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{c}}$ non è continua in $x=0$ $\boxed{\text{d}}$ $f(x)\ge 0$ in $\mathbb{R}$

### Risoluzione

## Esercizio 3 **[4 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)\cdot\cos^3(x)\cdot\left(e^{(x^2)}-1\right)}{(e^{2x}-1-2x)\cdot\ln(1-x)}$$

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Sia $F(x) := \int_0^x e^{t^2}\, dt$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $F$ è decrescente in $\mathbb{R}$ $\boxed{\text{b}}$ $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0$ $\boxed{\text{c}}$ $F'(0) = 1$ $\boxed{\text{d}}$ $F(1) < 0$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[4 punti]**

Calcolare l'integrale definito $\int_0^3 \frac{3}{e^{\sqrt{3x}}}\, dx$ .

### Risoluzione

## Esercizio 6

**[4 punti]**

Trovare i punti critici di $f(x,y) = e^{4xy-2x^3-2y^2}$ per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ e studiarli.

### Risoluzione