Analisi Matematica 1, Scritto 3-A. Durata della prova: 2 ore **8.7.08**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di derivata parziale $\frac{\partial}{\partial y} g(x, y)$ per una funzione $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Fare un esempio di una funzione $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ derivabile ma non continua.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di funzione limitata in un intervallo $[a, b]$.

(ii) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^1(\mathbb{R})$ con $f'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) > 0$

$\boxed{\text{b}}$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\boxed{\text{c}}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\boxed{\text{d}}$ $\lim_{t\to+\infty} f(t) > f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia data una serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ a termini positivi. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \cos(a_n)$ converge se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge

$\boxed{\text{b}}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge se $\sum_{n=0}^{+\infty} \cos(a_n)$ converge

$\boxed{\text{c}}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n a_n$ converge se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge

$\boxed{\text{d}}$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \ln(1+a_n)$ converge se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x^3) + 3\ln(1+\pi x^2)}{x - x\cdot\cos\left(2\sqrt{x}\right)}$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^2(\mathbb{R})$. Allora

- [a] $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$ se $f'(0) = 0$
- [b] $f'(0) = 0$ se $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$
- [c] $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$ se $f''(0) = 0$
- [d] $f''(0) = 0$ se $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale improprio $\displaystyle\int_{e^2}^{+\infty} \frac{1}{x \cdot \big(3 + \ln(x)\big)^2}\, dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici di $f(x, y) = 75x^5 - 3xy + 5y^3$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ e studiarli.

Risoluzione