

Cognome Nome A.A.

Matricola Corso di Laurea

Domanda 1

[5 punti]

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

- (i) Dare la definizione di funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua in $x = c$.
- (ii) Disegnare il grafico di una funzione $f : [3, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ continua in $x = 4$ e non continua in $x = 5$.

Risposta

(i) _____

cf. capitolo da 9 CFU

(ii) _____

Domanda 2

[6 punti]

- (i) Enunciare il teorema di Lagrange (chiamato anche teorema del valor medio).
- (ii) Trovare un punto c del teorema di Lagrange per $f(x) = x^2 + x + 10$ in $[1, 5]$.

Risposta

(i) _____

||

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+19}{2n+5} \right)^n$$

Risoluzione

dr. capito dr. q. cfa

Esercizio 2

[5 punti]

Studiare la convergenza o la divergenza del seguente integrale improprio. Nel caso converga, calcolarne il valore.

$$\int_0^4 \frac{1}{x^2} dx.$$

Risoluzione

u

Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare l'equazione della retta tangente t al grafico di $f(x) = \ln(e^x - 1)$ nel punto $x_0 = \ln(4)$.

Risoluzione

$$\bullet t(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$\bullet f(x_0) = \ln(\underbrace{e^{\ln(4)}}_{=4} - 1) = \underline{\underline{\ln(3)}}$$

$$\bullet f'(x) = \frac{1}{e^x - 1} \cdot e^x \Rightarrow f'(x_0) = \frac{e^{\ln(4)}}{e^{\ln(4)} - 1} = \underline{\underline{\frac{4}{3}}}$$

Quindi:

$$t(x) = \ln(3) + \frac{4}{3}(x - \ln(4))$$

Esercizio 4

[6 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x}} =: l$$

Risoluzione

$$\frac{x}{\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x}} = \frac{x}{\frac{x - \sin(x)}{\sin(x) \cdot x}} = \frac{x^2 \cdot \sin(x)}{x - \sin(x)} \quad \sim x \text{ per } x \rightarrow 0$$

$$\sim \frac{x^3}{x - \sin(x)} \quad (*)$$

$$= \frac{x^3}{x - (x - \frac{x^3}{6} + o(x^3))} = \frac{x^3}{\frac{x^3}{6} + o(x^3)}$$

$$\sim \frac{x^3}{\frac{x^3}{6}} = 6 \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

\Rightarrow Il limite converge a l = 6

(*) In alternativa si può applicare la regola di l'Hospital