Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **8.1.14**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.

(ii) Dare un esempio di una successione a_n tale che $\lim_{n\to+\infty} a_n = -\infty$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivata prima in x_0 per $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) Disegnare il grafico di una funzione che non è derivabile in $x = 2$ con derivata prima uguale a 0 in $x = 5$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(1 - e^{(1/n^4)}\right)^2$$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Studiare la convergenza o la divergenza del seguente integrale improprio. Nel caso converga, calcolarne il valore.

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^6}\, dx.$$

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Trovare il piano tangente in $(2,1)$ alla funzione $f(x,y) = 5 + xy + \ln(7 + x^2 + y^2)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[5 punti]

Disegnare l'insieme $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4, \quad \sqrt{x} \leq y \leq 2\right\}$. Calcolare l'integrale $\iint\limits_D 2xy dxdy$.

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0, 0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{4y\sin(x)+6x^2+6y^2}{x^2+y^2} + 5y & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 6 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risoluzione