Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria

7.12.2004

Analisi Matematica 1 (A.A. 2004/2005)

Docente: Klaus Engel

Corsi di Laurea in Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile e Meccanica

Scritto A

durata della prova: 1 ora e 30 minuti

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

Prima di iniziare leggere le istruzioni in fondo all'ultima pagina

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

Domanda 1

[4+3 punti]

(i) Dare la definizione di $\lim_{n\to+\infty} a_n = 6$ per una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la successione definita da

$$a_n := \begin{cases} \frac{1}{n^\alpha} & \text{se } n \text{ è pari} \\ \frac{(-1)^n}{n} & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste $\lim_{n\to+\infty} a_n$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+4 punti]

(i) Enunciare il Teorema degli zeri.

(ii) Verificare che $f(x) := 3x^3 + 2x - 1$ ammette almeno uno zero *positivo* e calcolarlo con una precisione pari a $\frac{1}{8}$.

Risposta

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione con $\frac{1}{2} \leq \lim_{n\to+\infty} a_n < 1$ e sia $s_n := \sum_{k=0}^{n} a_k$. Allora

- [a] $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge ma $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$ diverge
- [b] la successione $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ non converge
- [c] $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge per il criterio del rapporto
- [d] $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n a_n$ converge ma $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^1(\mathbb{R})$ tale che $f'(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora

- [a] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$
- [b] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$
- [c] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$
- [d] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \inf\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

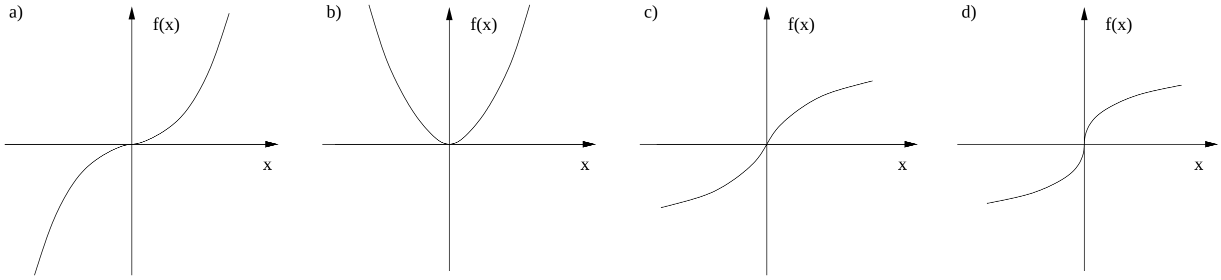
Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{1 + \ln(x) - \mathrm{e}^{x-1}}{\sin^2(x-1)}$$

Risoluzione

Esercizio 4 **[5 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) = \sin(|x|^5)$. Allora parte del grafico di f è dato da



Risoluzione

Regole per sostenere l'esame

- Si può entrare in aula solamente con penna, matita, gomma, ... e libretto universitario (o documento di riconoscimento). In particolare, non si possono portare appunti, libri, calcolatrice e cellulare.
- **Il compito viene corretto solo se la risposta alla domanda 1 è esauriente**.
- Il punteggio minimo per superare la prova è **18**.