Analisi Matematica 1, Scritto 2-B. Durata della prova: 2 ore **15.2.10**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$

(ii) Descrivere il comportamento della successione $(n^\alpha)_{n\in\mathbb{N}}$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ in (x_0, y_0).

(ii) Scrivere l'equazione del piano tangente $p(x, y)$ a $f(x, y) = e^{x^2 y} + xy^2$ in $(0, 3)$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile. Allora quale delle seguenti affermazioni é *falsa*

- [a] f é integrabile in $[0, e]$
- [b] $|f|$ é derivabile in $\mathbb{R}$ eccetto al piú un numero finito di punti.
- [c] $|f|$ é continua in $x = 3$
- [d] f ha massimo in $[0, 1]$

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

Per quale delle seguenti successioni $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vale $a_n \sim 3^n$ per $n \to +\infty$?

- [a] $a_n = 3^n/n!$
- [b] $a_n = n^3 + \ln(3n^n)$
- [c] $a_n = n^3 + 3^n$
- [d] $a_n = 3^n + 5^n$

Risoluzione

Esercizio 3 **[3 punti]**

La formula

$$\int_{-1}^{1} f(x)f''(x)\,dx \leq 0 \qquad \text{ove } f \in \mathrm{C}^2[-1, 1] \text{ è}$$

- [a] vera per ogni f
- [b] vera se $f'(-1) = f'(1) = 0$
- [c] vera se f è pari
- [d] falsa per ogni f

(Suggerimento: Utilizzare integrazione per parti)

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\big(\sin(x) - \ln(1+x)\big) - x^3}{\sin(x^4)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int_2^3 \frac{1}{x^2 - 4x + 5}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Studiare dominio X, zeri, limiti alla frontiera di X, estremi locali e concavità della funzione $f(x) = x \cdot \ln^2(x)$ tracciandone un grafico approssimativo.

Risoluzione