Università degli Studi di L'Aquila
Facoltà di Ingegneria

18.7.2005

Analisi Matematica 2 (A.A. 2004/2005)

Docenti: Fabio Camilli, Klaus Engel

Corsi di Laurea in Ingegneria Ambiente e Territorio, Chimica, Civile, Elettrica, Elettronica, Informatica–Automatica, Meccanica e Telecomunicazioni

Scritto A

durata della prova: 1 ora e 30 minuti

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

Prima di iniziare leggere le istruzioni in fondo all'ultima pagina

Domanda 1

[3+3] punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità di $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ nel punto (x_0, y_0).

(ii) Fare un esempio di una funzione derivabile parzialmente ma non differenziabile.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e limitata e sia $F(x) := \int_0^x f(t)\,dt$. Allora

- [a] F è limitata
- [b] se $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$ anche $\lim_{x\to\infty} F(x) = 0$
- [c] se f è crescente, $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$
- [d] se $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, F è crescente

Risoluzione

Esercizio 2

[4punti]

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $$f(x,y) := \begin{cases} 6x + y & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Allora

- [a] $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ non esiste
- [b] $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$
- [c] $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$
- [d] nessuna delle precedenti

Risoluzione

Esercizio 3

[9punti]

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{6 \cdot y^2(t) \cdot \cos(t)}{1+2\sin(t)} \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \alpha \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 4 **[9punti]**

Calcolare l'integrale

$$\iint_D x^2 e^{(y^2)}\, dx\, dy$$

ove

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq 0,\ y \leq x \leq -y\right\}$$

Risoluzione

Regole per sostenere l'esame

- Si può entrare in aula solamente con penna, matita, gomma, ... e libretto universitario. In particolare, *non* si possono portare appunti, libri, calcolatrice e cellulare.
- Riconsegnare **solo** questo foglio.
- Il punteggio minimo per superare la prova è **18**.