Elementi di Matematica - Esercizi - 19/11/2003

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni:

(*1*) $\dfrac{4}{x+2} > 3 - \dfrac{x}{x-1}$

(*2*) $\sqrt{x+1} - x = 1$

(*3*) $\sqrt{x+1} - x < 1$

(*4*) $x - 8 < \sqrt{x^2 - 9x + 14}$

(*5*) $x \geq \sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1}$

(*6*) $3^{\,x^2} \leq 9^{\,x+2}$

(*7*) $\log_{1/3}(x^2 + 2x) > -1$

(*8*) $\log_2(x^2 - 7x + 12) < 1$

(*9*) $\dfrac{\sqrt{x^2-3}}{2-x} > 1$

(*10*) $\sqrt{2x-3} < \sqrt{4x-5}$

(*11*) $3(\log_2 x)^2 - 2\log_2 x > 1$

(*12*) $x\sqrt{1-2x^2} = 2x^2 - 1$

(*13*) $\sqrt{|x-1|} < 2 - x$

(*14*) $(4^x - 2^x)(3^x + 1) > 0$

(*15*) $\log_2 x + \log_x 2 \leq 2$

(*16*) $\log_{2-x}(x-1) > 1$

(*17*) $\dfrac{2 + \log_2 x}{2\log_2 x - 1} - 3 + \dfrac{1 + 3\log_2 x}{2 + \log_2 x} > 0$

(*18*) $\dfrac{4^x}{1+2^x} = 1 - \dfrac{2^x}{1+2^x}$

(*19*) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^x - \dfrac{3}{5} > \dfrac{2}{5^{1-x}}$

(*20*) $2^{x+1} \geq 5^{1-x}$

(*21*) $3\log_2\sqrt{x} + \log_4 x^2 = 10$

(*22*) $\sqrt{\dfrac{k^2 - x^2}{2 + x^2}} > k, \quad k \in \mathbb{R}$

Soluzioni:

(*1*) $(-2, -1/2) \cup (1, 2)$

(*2*) $x = -1, 0$

(*3*) $(0, +\infty)$

(*4*) $(-\infty, 2] \cup [7, +\infty)$

(*5*) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

(*6*) $[1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}]$

(*7*) $(-3, -2) \cup (0, 1)$

(*8*) $(2, 3) \cup (4, 5)$

(*9*) $(7/4, 2)$

(*10*) $[3/2, +\infty)$

(*11*) $(0, 1/\sqrt[3]{2}) \cup (2, +\infty)$

(*12*) $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{3}$

(*13*) $(-\infty, (5 - \sqrt{5})/2)$

(*14*) $(0, +\infty)$

(*15*) $(0, 1) \cup \{2\}$

(*16*) $(1, 3/2)$

(*17*) $(0, 1/4) \cup (\sqrt{2}, 8) \cup (8, +\infty)$

(*18*) $x = 0$

(*19*) $(-\infty, 0)$

(*20*) $[(\log_2 5 - 1)/(\log_2 5 + 1), +\infty)$

(*21*) $x = 16$

(*22*) $[k, -k]$ per $k < 0$, $\emptyset$ per $k \geq 0$