

Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2004/05

Analisi Matematica I

7 settembre 2005

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 2$ vale

$$(2n)! > 3n!$$

Esercizio 2. Determinare estremo superiore, estremo inferiore ed eventuali massimo e minimo dell'insieme

$$A = \{4n - n^2 + 2; n \in \mathbb{N}, n \geq 0\} .$$

Esercizio 3. Tramite la definizione di limite, verificare che $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = 1$.

Esercizio 4. Calcolare i seguenti limiti

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 2} \right)^{x^2 + 2x - \log x}$$

$$(b) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)!}{n \sqrt[n]{n^2 - 1} + 2n^3} \sin \left(\frac{n^2 + 1}{n! + n^3} \right) .$$

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{|x-1|}}}{x} ,$$

- (a) determinare il dominio di f , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) stabilire in quali punti del dominio f è derivabile e calcolare la derivata di f ;
- (c) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (d) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di f ;
- (f) (*facoltativo*) determinare massimi e minimi assoluti di f nell'intervallo $[\frac{3}{4}, 3]$.