

## Analisi Matematica 2

27 giugno 2006

### Recupero primo parziale

**Esercizio 1.** Studiare la successione definita per ricorrenza da

$$a_1 = \alpha, \quad a_{n+1} = \frac{a_n^2}{1 + a_n^2}, \quad n \geq 1$$

distinguendo i seguenti casi: (a)  $\alpha \geq 0$ ; (b)  $\alpha < 0$ .

**Esercizio 2.** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + 2^n}.$$

**Esercizio 3.** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x - \sin^2 x - \sin^2(\sqrt{x})}.$$

**Esercizio 4.** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n + \log n - \cos(n + 1)) \sin(2^{-n}).$$

## Analisi Matematica 2

27 giugno 2006

Secondo parziale

**Esercizio 1.** Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int_0^1 x \operatorname{arctg}(x^2) dx, \quad (b) \int \frac{x^3 + 1}{x(x^2 + 2)} dx.$$

**Esercizio 2.**

(a) Dire se esistono gli integrali impropri

$$\int_{-1}^2 \frac{e^{t-2}}{\sqrt{t+1}} dt, \quad \int_2^{+\infty} \frac{e^{t-2}}{\sqrt{t+1}} dt.$$

(b) Studiare la funzione integrale

$$F(x) = \int_2^x \frac{e^{t-2}}{\sqrt{t+1}} dt$$

ovvero: determinare l'insieme di definizione, individuare eventuali asintoti; calcolare la derivata; studiare la crescita e decrescita della funzione, determinare i suoi eventuali massimi e minimi; disegnare il grafico di  $F$ .

**Esercizio 3.** Determinare massimo e minimo assoluto della funzione  $f(x, y) = xy^2$  nell'insieme

$$D = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}.$$