

Laurea Triennale in Fisica

Prova finale di **Analisi B**

23 marzo 2006

Esercizio 1. Dato il problema di Cauchy

$$(1 + t^2)y' = 1 + y^2, \quad y(0) = 1,$$

determinare la soluzione $y(t)$ e stabilirne l'intervallo massimale di esistenza.

Esercizio 2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' + \frac{y}{t} + t^4 y^2 = 0, \quad y(1) = 1.$$

Esercizio 3. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 3y' + 2y = 10(1 - \cos t).$$

Esercizio 4. Determinare la natura dei punti critici del sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = -y + x^9 \\ y' = x + y^9. \end{cases}$$

Esercizio 5. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = t^2 \sqrt{y} - y^2 \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

- a) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha esistenza e unicità di una soluzione locale.
- b) Determinare le zone di crescita e decrescenza della soluzione.
- c) Determinare gli eventuali asintoti della soluzione.
- d) Stabilire per quali valori di α la soluzione è globalmente definita.
- e) Tracciare un grafico approssimativo delle soluzioni al variare di α .