

Prova intermedia di Analisi Matematica 2

16 maggio 2006

Compito A

Esercizio 1. Studiare la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = \sqrt{2 + \frac{a_n^2}{2}}, & n \geq 1 \\ a_1 = \alpha, & \alpha \in \mathbb{R} \end{cases}$$

distinguendo i seguenti casi:

a) $\alpha \geq 0$; b) $\alpha < 0$.

Esercizio 2. Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ la convergenza e la assoluta convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n \log \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \cos^2 x - \log(1 - x^2)}{x^3(e^x - \cos x) \cos^2 x}.$$

Esercizio 4. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log^2 n + \sqrt{n} - \sin n}{n^2 + 2 \log(n+1) + e^n}.$$

Prova intermedia di Analisi Matematica 2

16 maggio 2006

Compito B

Esercizio 1. Studiare la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = \sqrt{\frac{a_n^2}{2} + 8}, & n \geq 1 \\ a_1 = \alpha, & \alpha \in \mathbb{R} \end{cases}$$

distinguendo i seguenti casi:

a) $\alpha \geq 0$; b) $\alpha < 0$.

Esercizio 2. Studiare al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ la convergenza e la assoluta convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n \log \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \right).$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3(\cos x - e^x)}{e^{2x}[\log \cos^2 x - \log(1 - x^2)]}.$$

Esercizio 4. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n - \log^3 n + 2\sqrt{n}}{e^n + n^4 + \log(2n + 1)}.$$