

Laurea Triennale in Fisica – a.a. 2005/06
Prova intermedia di Analisi B – 20 febbraio 2006

Esercizio 1. Determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = n \cos(nx) e^{-nx}, \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

Esercizio 2. Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^2 x}}{n^x}.$$

- (a) Determinare l'insieme su cui la serie converge puntualmente.
- (b) La serie converge uniformemente sull'insieme di convergenza puntuale?
- (c) Determinare gli insiemi di convergenza totale e uniforme.

Esercizio 3. Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2i)^n}{3^n n^3}, \quad z \in \mathbb{C},$$

determinare gli insiemi di convergenza puntuale, assoluta, totale e uniforme.

Descrivere tali insiemi nelle coordinate (x, y) del piano cartesiano.

Esercizio 4. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi/6} \frac{\sin(2x)}{\sin^3 x - \cos^2 x - \sin x} dx.$$

Esercizio 5. Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\log(1 + \sqrt{|t+1|})}{t^2 - 1} dt,$$

determinare il suo insieme di definizione; calcolare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione, individuare eventuali asintoti; calcolare la derivata, individuare eventuali punti di non derivabilità; studiare il segno della derivata e dedurre informazioni sulla crescita e decrescita della funzione; determinare i suoi massimi e minimi, relativi e assoluti; disegnare il grafico di F .