

Analisi Matematica 2

18 settembre 2006

Esercizio 1. Al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza e la assoluta convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n + \log n}}.$$

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x - x^2) - \cos x}{(x + 1) \sin^3 x}.$$

Esercizio 3. Studiare la successione definita per ricorrenza da

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_{n+1} = a_n(1 - a_n), \quad n \geq 1.$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sqrt{x} - 1}{2x + 1} dx.$$

Esercizio 5.

(a) Dire se esistono gli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{t}}(t-1)^2}{t} dt, \quad \int_1^{+\infty} \frac{e^{\sqrt{t}}(t-1)^2}{t} dt.$$

(b) Studiare la seguente funzione integrale:

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{\sqrt{t}}(t-1)^2}{t} dt,$$

ovvero: determinare il suo insieme di definizione, i limiti agli estremi del dominio; calcolare la derivata, studiare la crescita e decrescita della funzione, determinare i suoi eventuali massimi e minimi; disegnare il suo grafico qualitativo.

Esercizio 6. Determinare massimo e minimo assoluto della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ nell'insieme

$$D = \{(x, y); |x| \leq 1, |y| \leq 1\}.$$