

Laurea Triennale in Fisica - Analisi B

15 dicembre 2006

Esercizio 1. Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4n+1} (x^2 - 1)^{4n},$$

si determinino gli insiemi di convergenza puntuale, totale e uniforme.

Esercizio 2. Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{arctg} t \cdot \log(1+t)}{2+t^2} dt,$$

determinare il suo insieme di definizione; determinare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione, individuare eventuali asintoti; calcolare la derivata, individuare eventuali punti di non derivabilità; studiare il segno della derivata e dedurre informazioni sulla crescita e decrescita della funzione; determinare i suoi eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico di F .

Esercizio 3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{e^y(2x+1)}{(x-1)^2}, \quad y(0) = 0.$$

Esercizio 4. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y''' - y = \sin t - e^t.$$

Esercizio 5. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^4 (\operatorname{arctg} t + y) \\ y(0) = \alpha, \quad \alpha \geq 0. \end{cases}$$

- Determinare per quali valori di $\alpha \geq 0$ si ha esistenza e unicità di una soluzione locale.
- Determinare le zone di crescita e decrescita della soluzione.
- Determinare gli eventuali asintoti della soluzione.
- Stabilire per quali valori di $\alpha \geq 0$ la soluzione è globalmente definita.
- Tracciare un grafico approssimativo delle soluzioni al variare di $\alpha \geq 0$.