

## Laurea Triennale in Fisica - Analisi B

25 luglio 2006

**Esercizio 1.** Studiare la convergenza puntuale e totale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{1+n|x|^n} - 1).$$

La serie converge uniformemente?

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\log(1+e^t)}{1+|t|} dt,$$

determinare il suo insieme di definizione; determinare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione; individuare eventuali asintoti; calcolare la derivata, individuare eventuali punti di non derivabilità; studiare il segno della derivata e dedurre informazioni sulla crescita e decrescita della funzione; determinare i suoi eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico di  $F$ .

**Esercizio 3.** Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$ty'(t) = 2y(t) + \frac{t}{t+1}.$$

**Esercizio 4.** Data l'equazione differenziale

$$y''(t) + \alpha y(t) = \cos t, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

(a) determinare per quali valori del parametro  $\alpha$  si verifica che *tutte* le soluzioni sono limitate su  $\mathbb{R}$ ;

(b) per tali valori di  $\alpha$ , determinare l'integrale generale dell'equazione.

**Esercizio 5.** Dato il sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = (x-1)(y-2) \\ y' = (x^2+2)(y+1), \end{cases}$$

(a) determinare i punti critici del sistema e stabilirne la natura;

(b) rappresentare approssimativamente le orbite del sistema sul piano delle fasi (si richiede un commento esauriente su quanto riportato sul piano delle fasi).