

Laurea Triennale in Fisica - Analisi B

20 settembre 2006

Esercizio 1. Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{i^n}{\sqrt{n}} \left(\frac{z + i\operatorname{Re} z}{z + \operatorname{Im} z} \right)^n,$$

determinare gli insiemi di convergenza puntuale, totale e uniforme. Esprimere tali insiemi in forma cartesiana.

Esercizio 2. Data la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^{t^2} - 1}{t^2 \sqrt[3]{t-2}} dt,$$

determinare il suo insieme di definizione; determinare i limiti agli estremi dell'insieme di definizione, individuare eventuali asintoti; calcolare la derivata, individuare eventuali punti di non derivabilità; studiare il segno della derivata e dedurne informazioni sulla crescita e decrescita della funzione; determinare i suoi eventuali massimi e minimi. Disegnare il grafico di F .

Esercizio 3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{(1+y)t^2}{t^2+4}, \quad y(0) = 1.$$

Esercizio 4. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{2y}{t} - 2t^2 y^{3/2}, \quad y(1) = 1.$$

Esercizio 5. Dato il sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = (y^2 + 1)(x + 1) \\ y' = (x - 2)(y + 1), \end{cases}$$

- (a) determinare i punti critici del sistema e stabilirne la natura;
(b) rappresentare approssimativamente le orbite del sistema sul piano delle fasi (si richiede un commento esauriente su quanto riportato sul piano delle fasi).