

Analisi Matematica 1 - Esercizi - 2 marzo 2007

(1) Calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2/3} + 5x^{3/2} - \sqrt{x}}{x^{2/5} - x + 4x^3}$

2. $\lim_{x \rightarrow -2^-} 4^{3/(x+2)}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2\sqrt{x} - \sqrt{x+1}$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}}}$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2\sqrt[3]{x^3 - 1} - x$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(3^x - 1)}{\log(\cos x)}$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \log(\sqrt{x} + \operatorname{arctg} x) - \log x$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x 3^{-\sqrt{x+1}}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}$

12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + 3)e^{x^3}$

13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(\log x)}{x}$

14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 2^x - x^5 - x \log x}{3^x + 2x^2 - \log(\log x)}$

(2) Dimostrare che $x \sin x$ non ha limite per $x \rightarrow +\infty$.

(3) Dimostrare che, per $x \rightarrow x_0 \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$, vale: $f(x) \rightarrow 0$ se e solo se $|f(x)| \rightarrow 0$.

(4) Classificare i punti di discontinuità di $f(x) = x - [x]$ (dove $[x]$ è la funzione *parte intera* di x).

(5) Classificare i punti di discontinuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1/(x+4)^2 & \text{se } x < -5 \\ x-4 & \text{se } -5 \leq x \leq 4 \\ 1/\log(\sqrt{x}-2) & \text{se } x > 4 \end{cases}$$