Corso di Laurea Specialistica in Matematica – a.a. 2006-07

Equazioni alle Derivate Parziali

Programma

1. Insiemi misurabili secondo Lebesgue. Cenni alla integrazione secondo Lebesgue (a-appendice, c)
2. Spazi metrici. Completamento di spazi metrici. Spazi normati, spazi di Banach. (c)
3. Spazi L^p, disuguaglianze classiche, spazi ℓ^p. Completezza degli spazi L^p, operatori come matrici infinite. (c)
4. Operatori lineari limitati, funzionali lineari, spazi duali. Esempi. (c)
5. Spazi di Hilbert reali e complessi, proprietà, disuguaglianza di Parseval, spazi separabili, teorema di Plancherel, teorema delle Proiezioni Ortogonali, Teorema di Rappresentazione di Riesz, basi ortonormali, basi ortonormali in L^2, teorema di Lax Milgram. (c)
6. Spazi di Sobolev in 1-D, via serie di Fourier.
7. Spazio delle funzioni test $\mathcal{D}$, spazio $\mathcal{D}'$ delle distribuzioni. Derivate di distribuzioni. Esempi. Spazi di Sobolev $W^{k,p}(R^n)$, $W^{k,p}(\Omega)$, spazi $H^{k,p}$, enunciato del teorema di Meyers-Serrin "$H = W$", spazi di Sobolev negativi. (a), (b)
8. Operatore risolvente. Operatori compatti. Operatori chiusi, insieme risolvente, spettro, spettro puntuale, spettro continuo, spettro residuo, esempi.
9. Cenni ai teoremi di grafico chiuso e applicazione aperta. (c)
10. Operatori uniformemente fortemente ellittici, esistenza di soluzioni deboli per il problema di Dirichlet. (a), (b)
11. Il teorema di Ascoli-Arzelà. Esempi.
12. Funzioni a variazione limitata in una variabile reale. Il teorema di compattezza di Helly. (d)
13. Sistemi lineari iperbolici del primo ordine. Sistemi simmetrici. Soluzioni deboli, esistenza tramite il metodo della viscosità evanescente, stime dell'energia, unicità.
    Sistemi a coefficienti costanti. (b)
14. Il metodo delle caratteristiche per l'equazione scalare semilineare e quasilineare.
15. Introduzione alle leggi di conservazione nonlineari (cenni). Esempi: le equazioni della gasdinamica isentropica. Soluzioni integrali e condizioni di salto. Condizioni di entropia. (b)

Riferimenti Bibliografici

[a] H. Brezis, Analisi Funzionale, Liguori

[b] L.C. Evans, Partial Differential Equations, AMS, 2002

[c] A. Friedman, Foundations of Modern Analysis, Dover, 1982

[d] A.N. Kolmogorov & S.V. Fomin, Introductory real analysis, Dover, 1970