

Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2009/10

Secondo parziale di Analisi Matematica I

2 marzo 2010

Esercizio 1. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - x \sin x) e^{2x}}{x(e^{3x} - 1)\sqrt{2 + x^2}}.$$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2bx}{x+1} - a^2 & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

determinare i valori dei parametri a , b affinché la funzione sia derivabile in $x = 0$.

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{|x|}}{\sqrt[3]{x+1}},$$

- (a) determinare il dominio di f , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) calcolare la derivata di f e individuare eventuali punti di non derivabilità;
- (c) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo e assoluto;
- (d) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di f .

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che per ogni numero intero $n \geq 1$ vale

$$\sum_{k=1}^n 2^{k^2} \left(2^k - \frac{1}{2^k} \right) = 2^{n(n+1)} - 1.$$

Esercizio 2. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{2n+3} \right)^{\frac{(n+1)!}{(n-1)!}}.$$

Esercizio 3. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x \sin x) e^{3x}}{(e^{2x} - 1) x \cos^2 x}.$$

Esercizio 4. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2bx}{x+1} - a^2 & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

determinare i valori dei parametri a, b affinché la funzione sia derivabile in $x = 0$.

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{|x|}}{\sqrt[3]{x+1}},$$

- (a) determinare il dominio di f , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) calcolare la derivata di f e individuare eventuali punti di non derivabilità;
- (c) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo e assoluto;
- (d) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di f .