

Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2009/10

Secondo parziale di Analisi Matematica I

16 febbraio 2010

**Esercizio 1.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(\sqrt{x}) \operatorname{tg}(2x \cos x)}{(x - \sqrt{x})^2 [\log(3x) + \log(x + 1)]}.$$

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a e^{-x} + b(x + 1) & \text{se } x < 0 \\ |x - 3| & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

- (i) discutere la continuità di  $f(x)$  in  $x = 0$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$ ;
- (ii) determinare i valori dei parametri  $a, b$  affinché la funzione sia derivabile in  $x = 0$ .

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x |\log(x) - 1|},$$

- (a) determinare il dominio di  $f$ , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) stabilire in quali punti del dominio  $f$  è derivabile e calcolare la derivata di  $f$ ;
- (c) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (d) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo e assoluto;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 1.** Dimostrare per induzione che per ogni numero intero  $n \geq 2$  vale

$$\sum_{k=2}^n [\log(k^2) - \log(k^2 - 1)] = \log\left(\frac{n}{n+1}\right) - \log\left(\frac{1}{2}\right).$$

**Esercizio 2.** Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{n} - 2}{\sqrt{n} + 2} \right)^{\sqrt{n+3} \log(n!)}.$$

**Esercizio 3.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x - \sqrt{x})^2 \operatorname{tg}(3x e^x)}{x [\log(x^2) + \log(x + 1)]}.$$

**Esercizio 4.** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a(x+1) + b e^{-x} & \text{se } x < 0 \\ |x-3| & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

- (i) discutere la continuità di  $f(x)$  in  $x = 0$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$ ;  
(ii) determinare i valori dei parametri  $a, b$  affinché la funzione sia derivabile in  $x = 0$ .

**Esercizio 5.** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} |\log(x) - 1|,$$

- (a) determinare il dominio di  $f$ , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;  
(b) stabilire in quali punti del dominio  $f$  è derivabile e calcolare la derivata di  $f$ ;  
(c) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;  
(d) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo e assoluto;  
(e) tracciare il grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 1.** Dimostrare per induzione che per ogni numero intero  $n \geq 3$  vale

$$\sum_{k=3}^n [\log(k^2) - \log(k^2 - 1)] = \log\left(\frac{n}{n+1}\right) - \log\left(\frac{2}{3}\right).$$

**Esercizio 2.** Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{n} - 3}{\sqrt{n} + 3} \right)^{\sqrt{n+2} \log(n!)}.$$

**Esercizio 3.** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x - \sqrt{x})^2 \operatorname{tg}(2x e^x)}{x [\log(x^3) + \log(x + 1)]}.$$

**Esercizio 4.** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a e^{-x} + b(x + 1) & \text{se } x < 0 \\ |x - 2| & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

- (i) discutere la continuità di  $f(x)$  in  $x = 0$  al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$ ;
- (ii) determinare i valori dei parametri  $a, b$  affinché la funzione sia derivabile in  $x = 0$ .

**Esercizio 5.** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} |\log(x) - 1|,$$

- (a) determinare il dominio di  $f$ , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) stabilire in quali punti del dominio  $f$  è derivabile e calcolare la derivata di  $f$ ;
- (c) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (d) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo e assoluto;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di  $f$ .