

Laurea Triennale in Informatica - a.a. 2009/10

Analisi Matematica 1

6 luglio 2010

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 2$ vale

$$(2n)! \geq 6n!.$$

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x} \right)^{\frac{\sqrt{1+x^3}}{\log x}}.$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 \log(3n) \sin\left(\frac{2-n}{n^2}\right)}{n^2 \log n + \cos(n^2)}.$$

Esercizio 4. Data la funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log(x+1) & \text{se } 0 < x < 1 \\ ax + bx^2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

determinare i valori dei parametri reali a, b affinché la funzione sia derivabile in $x = 1$.

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \exp\left(\sqrt[3]{\frac{|x-2|}{x}}\right),$$

- (a) determinare il dominio di f , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) stabilire in quali punti del dominio f è derivabile e calcolare la derivata di f ;
- (c) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (d) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo relativo;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di f .