

Laurea Triennale in Informatica - a.a. 2009/10

Analisi Matematica 1

21 luglio 2010

Esercizio 1. Dimostrare per induzione che per ogni numero naturale $n \geq 1$ vale

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{3}{4}\right)^k = 3 - \frac{3^{n+1}}{4^n}.$$

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\sqrt{x}(1+2^x)}.$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n \sqrt[3]{1+n^2} + \sin n \sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\cos\left(\frac{1}{n}\right) + 2^n \sqrt[4]{1+n^3}}.$$

Esercizio 4. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 3\sqrt{x+1} & \text{se } x \geq 0 \\ ae^{x^2} + b(x+1) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

determinare gli eventuali valori dei parametri reali a, b affinché la funzione sia derivabile in $x = 0$.

Esercizio 5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{|\log(|x|)|} \quad \text{se } x \neq 0, \quad f(0) = 0,$$

- (a) determinare il dominio di f , i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
- (b) calcolare la derivata di f e individuare eventuali punti di non derivabilità;
- (c) determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di massimo e minimo, relativo e assoluto;
- (d) discutere gli eventuali punti di non derivabilità;
- (e) tracciare il grafico qualitativo di f .