08/01/2009 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI (Prof. Manes)

Esercizio 1. Sia dato il sistema lineare a **tempo-discreto** descritto dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ 1 & 1/10 & -1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [\,0 \quad 0 \quad -1\,]$$

i) Discutere le proprietà di osservabilità ed eccitabilità dei modi naturali;
ii) calcolare la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento del sistema;
iii) calcolare la risposta armonica all'ingresso sinusoidale $u(t) = \sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/4)$.

Esercizio 2. Disegnare i diagrammi di Bode delle seguenti funzioni di trasferimento:

$$F_1(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s^2+144)}, \qquad F_2(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s^2-144)}.$$

Si pongano, separatemente, $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ in controreazione unitaria, con un guadagno variabile K in catena diretta. Nei due casi, si discuta la stabilità asintotica a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in \mathbb{R}$ utilizzando il criterio di Nyquist.
Facoltativo (per i più bravi e veloci): verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.

Esercizio 3. Sia dato un sistema lineare e stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$
$$C = [\,0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0\,].$$

i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; si scrivano due vettori indipendenti che siano raggiungibili e inosservabili;
ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima; commentare (brevemente) il risultato.

Esercizio 4. Sia dato il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^3 - x_1(x_2 - 1), \\ \dot{x}_2 = x_1^2. \end{cases}$$

i) Verificare che $(0,1)$ è un punto di equilibrio e determinare eventuali altri punti di equilibrio;
ii) discutere la stabilità del punto di equilibrio $(0,1)$.

- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi (9 CFU)" svolgano gli esercizi 1) e 2) più uno a scelta tra gli esercizi 3) e 4) [esclusa la domanda 3.iv)]**
- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi I (6 CFU)" svolgano 1) + 2)**
- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi II (6 CFU)" svolgano 3) + 4)**

TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.