

**22/01/2009 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI**

**Esercizio 1.** Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s - 5}{s(s^2 - 121)}$$

Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile  $K$  in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di  $K \in \mathbb{R}$  utilizzando il criterio di Nyquist.

*Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.*

**Esercizio 2.** Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1].$$

- i) Discutere le proprietà dei modi naturali;
- i) determinare l'evoluzione dell'uscita in corrispondenza dei seguenti stato iniziale  $x(0)$  e ingresso  $u(t)$

$$x^T(0) = [0 \ 1 \ 0], \quad u(t) = -2 \sin(3t);$$

- ii) calcolare la funzione di trasferimento;
- iii) calcolare la risposta a regime permanente (se esiste !!!) per l'ingresso  $u(t) = -2 \sin(3t)$ .

**Esercizio 3.** Sia data la seguente funzione di trasferimento di un sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$W(s) = \frac{s^2 + 8s + 7}{s^4 + 7s^3 + s + 7}$$

Calcolare una rappresentazione con lo spazio di stato e discuterne le proprietà strutturali. Successivamente se ne trovi una realizzazione minima.

**Esercizio 4.** Si consideri il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

- i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolar modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

- ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
- iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
- iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

**NB:**

- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi (9 CFU)” svolgono 1), 2), 4)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgono 1) + 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi II (6 CFU)” svolgono 3) + 4)

**TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.**