

30/06/2009 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

Esercizio 1. Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{1}{s(s^2 + 10s + 16)}$$

Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile K in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in \mathbb{R}$ utilizzando il criterio di Nyquist. *Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.*

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1 \quad 1].$$

- i) Discutere le proprietà dei modi naturali: stabilità, eccitabilità, osservabilità;
 i) determinare l'evoluzione dell'uscita in corrispondenza dei seguenti stato iniziale $x(0)$ e ingresso $u(t)$

$$x^T(0) = [0 \quad 1 \quad 0], \quad u(t) = 2\delta_{-1}(t);$$

- ii) calcolare la funzione di trasferimento;
 iii) calcolare la risposta a regime permanente (se esiste) per l'ingresso $u(t) = \sin(3t) + \delta_{-1}(t)$.

Esercizio 3. Sia data la seguente funzione di trasferimento di un sistema a tre ingressi e due uscite:

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{s}{s-1} & 0 \\ 1 & \frac{s}{s+1} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}.$$

Calcolare una rappresentazione con lo spazio di stato e discuterne le proprietà strutturali. Successivamente se ne trovi una realizzazione minima.

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0]$$

- i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolar modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

- ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
 iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
 iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento. Esistono vettori di stato raggiungibili e osservabili?

NB:

- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi (9 CFU)” svolgono 4.i) + 1), 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgono 1) + 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi II (6 CFU)” svolgono 3) + 4)

TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.