07/10/2009 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

Esercizio 1. Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s+p}{s^2+144}$$

per $p = 1$ e $p = -1$. Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile K in catena aperta. Per entrambi i casi $p = 1$ e $p = -1$ si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in I\!R$ utilizzando il criterio di Nyquist. *Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.*

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

i) Discutere le proprietà dei modi naturali;

ii) determinare l'evoluzione dell'uscita in corrispondenza dei seguenti stato iniziale $x(0)$ e ingresso $u(t)$

$$x^T(0) = [\,1 \quad 1 \quad 0\,], \qquad u(t) = -\sin(t);$$

iii) calcolare la funzione di trasferimento;

iv) calcolare la risposta a regime permanente (se esiste !!!) per l'ingresso $u(t) = \sin(3t) + \delta_{-1}(t)$.

Esercizio 3. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

i) Trovare un'opportuna trasformazione di coordinate che trasformi la matrice A in una matrice diagonale a blocchi di Jordan;

ii) calcolare l'esponenziale di matrice e^{At}.

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolar modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;

iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;

iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

NB:

- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi (9 CFU)" svolgano 1), 2), 4)**
- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi I (6 CFU)" svolgano 1) + 2)**
- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi II (6 CFU)" svolgano 3) + 4)**

TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.