22/06/2010 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

Esercizio 1. Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s-5}{(s+40)(s^2+100)}$$

Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile K in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in \mathbb{R}$ utilizzando il criterio di Nyquist.

Facoltativo: verificare il risultato utilizzando il criterio di Routh.

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a **tempo discreto**:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0.2 & 1 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

i) Discutere le proprietà dei modi naturali;

ii) determinare per quale stato iniziale $x(0)$ l'evoluzione libera dell'uscita risulta pari a:

$$y_{\text{lib}}(t) = 2 \cdot (0.2)^t - (0.5)^t$$

iii) calcolare la funzione di trasferimento;

iv) determinare l'evoluzione dell'uscita in corrispondenza dei seguenti stato iniziale $x(0)$ e ingresso $u(t)$

$$x^T(0) = [\,0 \quad 0 \quad 0\,], \qquad u(t) = 1;$$

v) calcolare la risposta a regime permanente (**se esiste !!!**) per l'ingresso $u(t) = -\sin(t)$.

Esercizio 3. Sia dato il seguente sistema non lineare:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \big(x_1(t) - 1\big)x_2(t) + k\big(x_1(t) - 1\big) \\ \dot{x}_2(t) = -\big(x_1(t) - 1\big)^2 - x_2(t) \end{cases}$$

i) verificare che $(1,0)$ è un punto di equilibrio;

ii) discutere la stabilità di $(1,0)$ al variare del parametro k.

Esercizio 4. Si consideri il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolar modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = [1\ 0\ 0\ 0]^T, \qquad x_2 = [0\ 1\ 0\ 0]^T \qquad x_3 = [0\ 0\ 1\ 0]^T, \qquad x_4 = [0\ 0\ 0\ 1]^T, \qquad x_5 = [1\ 0\ 1\ 0]^T$$

ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;

iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;

iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

NB:

- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi (9 CFU)" svolgano i punti 1), 2), 3), 4-i)**
- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi I (6 CFU)" svolgano i punti 1), 2)**
- **Gli studenti di "Teoria dei Sistemi II (6 CFU)" svolgano i punti 3), 4)**

TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.