

## 23/11/2011 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

**Esercizio 1.** Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta, in cui  $K$  è un guadagno variabile:

$$W(s) = \frac{K}{s(2+s)^2}$$

- i) Si disegnano i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento  $W(s)$  per  $K = 1$ ;
- ii) si disegni il diagramma polare della funzione di trasferimento  $W(s)$  per  $K = 1$ ;
- iii) si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
- iv) si calcoli il numero di poli a parte reale positiva del sistema a ciclo chiuso al variare di  $K \in (-\infty, \infty)$  utilizzando il criterio di Nyquist e, facoltativamente, verificare il risultato mediante il criterio di Routh.

**Esercizio 2.** Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 1].$$

- i) Discutere le proprietà dei modi naturali;
- ii) calcolare per quali valori dello stato iniziale  $x(0)$  l'evoluzione libera del sistema è:  $y_{\text{lib}}(t) = e^{-t}$ ;
- iii) calcolare la funzione di trasferimento e l'evoluzione dell'uscita del sistema, in corrispondenza di un gradino unitario

**Esercizio 3.** Sia data la seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{s-1}{s^4 + s^3 + s^2 - 2s - 1}.$$

Calcolare una rappresentazione con lo spazio di stato *minima*.

**Esercizio 4.** Sia dato il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$

- i) Discutere le proprietà strutturali del sistema; in particolar modo si dica (motivando la risposta) se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = [1 \ 0 \ -1 \ 1]^T, \quad x_2 = [0 \ 0 \ -2 \ 0]^T, \quad x_3 = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T, \quad x_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T, \quad x_5 = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

- ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
- iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
- iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

**NB:**

- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi (9 CFU)” svolgano i punti 1), 2), 4-i)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgano i punti 1), 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi II (6 CFU)” svolgano i punti 3), 4)

**TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.**