TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 09-01-2013

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K\frac{s-10}{(s+1)(s^2+400)}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Si discutano le proprietà dei modi naturali;
2. Si calcoli la matrice di transizione dello stato e^{At};
3. Si calcoli la funzione di trasferimento ingresso-uscita.

Problema 3. Dato il sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva

$$w(t) = 3\,e^{-t}\cos(2t),$$

si calcolino la funzione di trasferimento e la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos(t)$.

Problema 4. Si consideri il sistema lineare e stazionario a tempo continuo rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili e una base per lo spazio degli stati inosservabili. Inoltre, si individuino i 4 sottospazi $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$, $\mathcal{X}_3$ e $\mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman.

Problema 5. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1\big(\alpha(x_2-1)^2 - 1\big)(1 + x_1^2) \\ \dot{x}_2 = \alpha(1-x_2)\big(1 + x_1^2 + (1-x_2)^2\big) \end{cases}$$

Si studi la stabilità del punto di equilibrio $x_e = (0, 1)$ al variare del parametro $\alpha \in (-\infty, \infty)$ usando sia il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio, sia il metodo di Lyapunov (si utilizzi una funzione quadratica).

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.

Gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I (6 CFU) devono rispondere ai quesiti 1, 2 e 3.
