

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame dell'25-09-2013

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K \frac{s-1}{s(s-4)^2}.$$

1. Se ne disegnano i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il seguente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad \text{dove} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad -1]$$

1. Si discutano le proprietà dei modi naturali;
2. Si calcoli la matrice di transizione dello stato A^t ;
3. Si calcolino la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento ingresso-uscita.

Problema 3. Si calcoli la risposta al gradino e la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos(t)$ di un sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento

$$w(t) = \frac{s+1}{s^2+2s+5}$$

Problema 4. Si consideri il sistema lineare e stazionario a tempo continuo rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$

Si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili e una base per lo spazio degli stati inosservabili. Inoltre, si individuino i 4 sottospazi \mathcal{X}_1 , \mathcal{X}_2 , \mathcal{X}_3 e \mathcal{X}_4 della decomposizione strutturale di Kalman.

Problema 5. Applicando un gradino unitario ad un sistema a riposo ($x(0) = 0$), si ha la seguente risposta forzata dell'uscita, per $t \geq 0$:

$$y(t) = e^{-t} - 3e^{-2t} + 2.$$

Si calcoli la risposta impulsiva del sistema.

Problema 6. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -(\alpha - 1)x_1(t) - \alpha x_1^3(t) + 3x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_2(t)(x_1(t) + \alpha x_1^2(t)) \end{cases}$$

Si studi la stabilità del punto di equilibrio $x_e = (0, 0)$ al variare del parametro $\alpha \in (-\infty, \infty)$ usando il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio e, se necessario, il metodo di Lyapunov (si utilizzi una funzione quadratica).

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.

Risolvere almeno 5 dei 6 problemi assegnati.
