TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 24-06-2015

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K\,\frac{s+3}{s(s^2+1)}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il seguente sistema a tempo continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ -1 & 1\end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0\\ 1\end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0\end{bmatrix}$$

Si calcolino:

1. le proprietà dei modi naturali;
2. la matrice di transizione dello stato;
3. la risposta impulsiva;
4. la funzione di trasferimento ingresso–uscita.

Problema 3. Sia dato un sistema a tempo discreto ad un ingresso ed un'uscita caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva

$$w(t) = 0.7^t - 0.3^t.$$

1. Si calcoli la funzione di trasferimento ingresso–uscita;
2. si calcoli, se esiste (giustificare la risposta), la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos\big((\pi/2)t\big)$.

Problema 4. Si consideri il sistema lineare e stazionario a tempo continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1\\ 1\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

1. Si trovino delle basi per lo spazio degli stati raggiungibili e per lo spazio degli stati inosservabili;
2. si individuino i 4 sottospazi $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$, $\mathcal{X}_3$ e $\mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman;
3. si forniscano, se esistono, esempi di stati con le seguenti proprietà: uno stato raggiungibile, uno stato osservabile, uno stato simultaneamente non raggiungibile e non osservabile.

Problema 5. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2x_1(t) - \big(x_2(t)+1\big)^2\\ \dot{x}_2(t) = x_1(t)\big(x_2(t)+1\big) + k\big(x_2(t)+1\big)\end{cases}$$

Si studi la stabilità del punto di equilibrio $x_e = (0, -1)$ al variare del parametro $k \in (-\infty, \infty)$ usando il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio, ed eventualmente il metodo di Lyapunov (*si utilizzi una funzione quadratica*).

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.
