TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 12-09-2016

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta:

$$W(s) = K\,\frac{6\,(s-3)}{s^2+6s+36}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K=1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, +\infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il sistema a tempo continuo:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t)+Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A=\begin{bmatrix}0 & 9\\ 1 & 0\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}-1 & 3\end{bmatrix}.$$

1. Si discutano le proprietà dei modi naturali;
2. si calcoli la matrice di transizione dello stato $\Phi(t)=e^{At}$;
3. si calcolino la risposta impulsiva e funzione di trasferimento ingresso–uscita;
4. si calcoli l'evoluzione libera dello stato con $x(0)=[1 \quad 1]^T$.

Problema 3. Dato il sistema a tempo discreto caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva:

$$w(t) = (0.1)^t - (0.3)^t$$

1. Calcolare la funzione di trasferimento ingresso–uscita;
2. calcolare, se esiste, la risposta armonica all'ingresso $u(t)=3\,\sin(\pi\,t)$.

Problema 4. Si consideri il sistema lineare e stazionario a tempo discreto

$$\begin{aligned}x(t+1) &= Ax(t)+Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned} \qquad \text{dove} \quad A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -1 & -1\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}2\\0\\0\\0\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}-1 & 0 & -1 & 0\end{bmatrix}$$

1. Si trovino delle basi per lo spazio degli stati raggiungibili e per lo spazio degli stati inosservabili;
2. si individuino i 4 sottospazi $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$, $\mathcal{X}_3$ e $\mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman;
3. si calcoli uno stato iniziale $x(0)$ non nullo che annulli l'evoluzione libera dell'uscita per ogni istante $t \geq 0$.

Problema 5. Sia dato il sistema:

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t) = -k(x_1(t)-1)+x_2^2(t)\\ \dot{x}_2(t) = -\,x_2(t)\big(x_1(t)-1\big)-x_2^3(t)\end{cases}$$

Si verifichi che $x_e=(1,0)$ sia un punto d'equilibrio per il sistema e se ne studi la stabilità al variare di $k\in(-\infty,\infty)$ utilizzando il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio ed eventualmente il metodo di Lyapunov (*si utilizzi una funzione quadratica*).

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.
