TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame del 4 Marzo 2021

Gruppo 1

1 ora e 15 minuti

Quesito 1 (9 punti, tempo stimato 60 minuti) Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta:

$$W(s) = K\,\frac{10(s-4)}{(s+4)(s+1)^2}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, +\infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Quesito 2 (5 punti, tempo stimato: 15 minuti) Sia dato il seguente sistema lineare e stazionario a tempo disceto:

$$x(t+1) = \frac{1}{3}x(t) + u(t)$$
$$y(t) = x(t)$$

1. Si calcoli la risposta al gradino unitario;
2. si calcoli la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$.

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame del 4 Marzo 2021

Gruppo 2

50 minuti

Quesito 3 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti) Utilizzando opportunamente le trasformate fondamentali:

$$\mathcal{L}(e^{at}) = \frac{1}{s-a}, \qquad \mathcal{Z}(a^t) = \frac{z}{z-a},$$

si calcolino le antitrasformate delle seguenti funzioni:

$$Y_1(z) = \frac{z}{z-(1+j)} + \frac{z}{z-(1-j)} \qquad Y_2(z) = \frac{jz}{z-(1+j)} - \frac{jz}{z-(1-j)}$$

$$Y_3(s) = \frac{s}{s^2+4} \qquad Y_4(s) = \frac{s+1}{(s+1)^2+4}.$$

Quesito 4 (5 punti, tempo stimato: 20 minuti) Siano

$$P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Q_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

le matrici di raggiungibilità e di osservabilità di un sistema lineare con spazio di stato in $\mathbb{R}^4$.

1. si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili e una base per lo spazio degli stati inosservabili;
2. si discuta la raggiungibilità e l'osservabilità dei seguenti stati:

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad x_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad x_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T;$$

3. si individuino delle basi per i quattro sottospazi $\mathcal{X}_1$,$\mathcal{X}_2$,$\mathcal{X}_3$,$\mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman.

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame del 4 marzo 2021

Gruppo 3

50 minuti

Quesito 5 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti) Si consideri il seguente sistema lineare a tempo continuo, con $x(t) \in \mathbb{R}^2$:

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \qquad \text{con } A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix},$$

e la seguente famiglia di forme quadratiche:

$$V(x) = 8x_1^2 + 2x_2^2 + 2\beta x_1 x_2.$$

Utilizzando il criterio di Sylvester, si studi per quali valori del parametro β la $V(x)$ utilizzata come funzione di Lyapunov consente di dedurre la stabilità asintotica dell'origine per il sistema in esame.

Quesito 6 (4 punti, tempo stimato: 20 minuti) Sia dato il sistema regolare a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1^3(t) - kx_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = (k-1)x_2(t) + x_1(t) \end{cases}$$

Se ne calcolino i punti di equilibrio in funzione del parametro k.
