TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame dell'8 luglio 2021

Gruppo 1

1 ora e 10 minuti

Quesito 1 (9 punti, tempo stimato 50 minuti) Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta:

$$W(s) = K\,\frac{50}{s(s-25)^2}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, +\infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.
4. Si calcoli la risposta armonica del sistema a ciclo aperto, per $K = 1$, all'ingresso $u(t) = \sin(25t)$, verificandone la congruenza con i diagrammi di Bode tracciati.

Quesito 2 (4 punti, tempo stimato: 20 minuti) Sia dato un sistema lineare e stazionario a tempo continuo caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva:

$$w(t) = 5\,e^{-2t},$$

al quale sia applicato un ingresso armonico $u(t) = \cos(\omega t)$.

1. Si calcoli per quale valore della pulsazione ω la risposta armonica del sistema risulta sfasata, in ritardo, di un valore esattamente pari a $\frac{\pi}{4}$;
2. Si caloli per quali valori di ω lo sfasamento in ritardo è minore di $\frac{\pi}{3}$;

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame dell'8 luglio 2021

Gruppo 2

60 minuti

Quesito 3 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti) Sia dato il seguente sistema lineare e stazionario a tempo continuo caratterizzato dalla seguente matrice di transizione dello stato

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t}\cos(3t) & -e^{-2t}\sin(3t) \\ e^{-2t}\sin(3t) & e^{-2t}\cos(3t) \end{bmatrix}$$

1. Si verifichi se le proprietà di semigruppo della matrice di transizione sono soddisfatte;
2. Si calcoli la matrice A del sistema in forma implicita ($\dot{x}(t) = Ax(t)$).

Quesito 4 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti) Sia dato il seguente sistema lineare e stazionario a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0.$$

Si determinino delle basi per i quattro sottospazi $\mathcal{X}_1$,$\mathcal{X}_2$,$\mathcal{X}_3$,$\mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman. Inoltre, si determini uno stato iniziale $x(0)$ in corrispondenza del quale l'evoluzione libera dell'uscita assuma i seguenti valori:

$$y(0) = 2, \quad y(1) = 1, \quad y(2) = 2, \quad y(3) = 1.$$

TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Dott. V. De Iuliis

Quesiti d'esame dell'8 luglio 2021

Gruppo 3

45 minuti

Quesito 5 (5 punti, tempo stimato: 30 minuti) Sia dato il sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = (1-k)x_1(t) - kx_2(t) + 3x_1(t)x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = 2k\,x_1(t) - 3(k+1)x_1^2(t) \end{cases}$$

1. Si verifichi che $x_e = (0,0)$ è un punto di equilibrio;
2. Si studi la stabilità del punto di equilibrio al variare del parametro $k \in (-\infty, +\infty)$ utilizzando il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio ed eventualmente il metodo di Lyapunov, utilizzando una funzione quadratica.

Quesito 6 (4 punti, tempo stimato: 15 minuti)
Si calcolino le antitrasformate delle seguenti funzioni:

$$Y_1(s) = \frac{s}{s^2+4s+13}$$

$$Y_2(z) = \frac{2z}{z-(1+j\sqrt{3})} + \frac{2z}{z-(1-j\sqrt{3})}$$
