Programma del Corso di FISICA MATEMATICA 2

Il corso è un'introduzione alla Meccanica Statistica dell'equilibrio con particolare enfasi a problemi di transizione di fase. Si riporta qui di seguito il programma dettagliato svolto nell'anno accademico 2003-2004. Si sono seguite le note di E. Presutti "From statistical mechanics towards continuum Mechanics" course given at Max- Planck Institute, Leipzig, 1999. Per approfondimenti vedasi la bibliografia contenuta nelle note.

1. Modello d'Ising.

Configurazioni di spin, energia ed energia condizionata. Richiami sulle proprietà topologiche degli spazi prodotto di insiemi finiti. Spazio delle funzioni continue e spazio delle misure di probabilità su spazi prodotto di insiemi finiti. Teorema della classe monotona ed estensione di pre-probabilità.

Misure di Gibbs a volume finito. Misure di Gibbs con condizioni al contorno generali. Proprietà di consistenza delle misure di Gibbs.

2. Limite termodinamico e misure DLR.

Misure di Gibbs a volume infinito: esistenza e proprietà.
Decomposizione all'infinito e misure di Gibbs estremali.
Probabilità condizionali e misure DLR.

3. Misure DLR invarianti per traslazioni.

Traslazioni di configurazioni di spin, traslazioni di funzioni e di misure di probabilità.
Teorema di Birkhoff, teor. ergodico massimale. Definizioni equivalenti di sistemi ergodici.
Misure DLR invarianti per traslazioni. Decomposizione ergodica.

4. Fasi pure e transizione di fase.

Assenza di transizione di fase in una dimensione.

Modello d'Ising di primo vicino in 2 dimensioni: contorni e stime di Peierls. Esistenza di due distinte misure DLR a bassa temperatura. Dimostrazione dell'esistenza di due sole misure DLR invarianti per traslazioni ed estremali.

5. Assenza di transizione di fase ad alta temperatura.

Accoppiamenti e distanza di Vaserstein. Proprietà.

Distribuzione congiunta di misure di Gibbs a volume finito con differenti condizioni al contorno. Argomento di Dobrushin.

Dimostrazione dell'esistenza di una sola misura DLR per temperature alte.

6. Interazioni ferromagnetiche.

Disuguaglianze tra configurazioni di spin e tra misure di probabilità.
Distanza di Vaserstein tra due probabilità stocasticamente ordinate.

Dimostrazione del fatto che ogni misura di Gibbs a volume finito è stocasticamente minore (rispettivamente maggiore) della misura di Gibbs con condizioni -1 (rispettivamente +1).

Esistenza delle due fasi pure $\mu_{\pm}$ ottenute come limite delle misure di Gibbs a volume finito con condizioni -1 (rispettivamente +1).

7. Teoria termodinamica mesoscopica: funzionali non locali.

Cenni al modello di campo medio local con potenziali di Kac. Transizione di fase nel senso di van der Waals.

Funzionale di Ginzburgh Landau e funzionale non locale.
Limite termodinamico per il funzionale non locale. Pressione ed energia libera
Limite termodinamico nel canonico. Equivalenza degli ensembles.