

Processi Stocastici 2: Programma. A.A. 2007-2008

Distribuzione esponenziale: definizione e proprietà. Proprietà di perdita di memoria. Distribuzione del minimo e della somma di variabili aleatorie esponenziali.

Processo di Poisson come arrivi di somma di esponenziali indipendenti. Proprietà: incrementi indipendenti e stazionari, proprietà di Markov. Definizione equivalente come processo di conteggio. Esempi. Distribuzione condizionata dei tempi di arrivo. Statistica ordinata di variabili aleatorie. Equazione differenziale per la probabilità di transizione Composizione di processi di Poisson. Somme aleatorie: passeggiata aleatoria. Processi di nascita.

Processi di Markov in tempo continuo: definizione ed esempi. Processi di salto. Proprietà di semigrupp della probabilità di transizione. Equazioni di Chapman- Kolmogorov. Continuità del semigrupp in 0 implica continuità per ogni t . Passeggiata aleatoria in tempo continuo: calcolo del generatore. Esistenza del generatore. Esempi ed esercizi con processi di nascita e morte e file di attesa. Significato del generatore: catena indotta. Esplosione: condizioni per non esplosione. Costruzione dei processi di salto. Distribuzioni finito dimensionali. Distribuzioni invarianti. Processo di Markov reverso. Condizione di bilancio dettagliato, processi reversibili. Esempi di processi stazionari: file di attesa, file di attesa in serie, processi di nascita e morte. Dinamiche aleatorie per il modello d'Ising, campo medio e convergenza in probabilità alla traiettoria deterministica. Convergenza del random walk asimmetrico.

Definizione del moto Browniano. Generatore ed equazione del calore. Distribuzioni finito dimensionali. Calcolo dei momenti. Proprietà delle traiettorie del moto Browniano standard. Ponte Browniano. Tempi di arresto e proprietà di Markov forte. Tempi di primo arrivo ad un punto: distribuzione e proprietà. Distribuzione del massimo. Legge dell'arcoseno. Moto Browniano con barriera assorbente. Moto Browniano con drift. Probabilità di uscita da un intervallo. Martingale costruite col moto Browniano. Cenni al processo di Ornstein-Uhlenbeck. Costruzione del moto Browniano come limite del random walk.