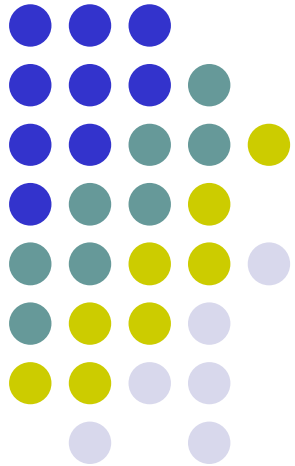
Laboratorio di Calcolatori 1

Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2006/2007



Dott.Davide Di Ruscio

Dipartimento di Informatica

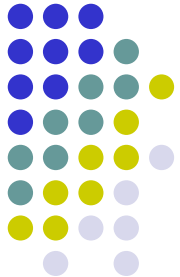
Università degli Studi di L'Aquila

Lezione del 22/01/07

Nota

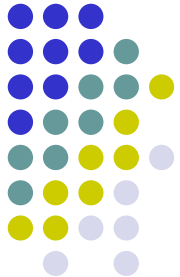
Questi lucidi sono tratti dal materiale distribuito dalla McGraw-Hill e basati su del materiale fornito dal Prof. Flammini Michele

Sommario (I parte)



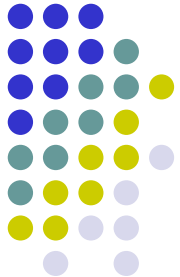
- Concetti fondamentali
- Aspetti architetturali di un sistema di calcolo
  - hardware
  - software
    - software di base
    - software applicativo
- Codifica dell'informazione
  - numeri naturali, interi, reali
  - caratteri
  - immagini
- Macchina di Von Neumann
  - CPU (UC, ALU, registri, clock)
  - memoria centrale
  - bus di bistema
  - periferiche
- Linguaggio macchina
- Linguaggio assembler
- Sistema operativo
- Ambiente di programmazione

Sommario (I parte)



- Concetti fondamentali
- Aspetti architetturali di un sistema di calcolo
  - hardware
  - software
    - software di base
    - software applicativo
- Codifica dell'informazione
  - numeri naturali, interi, reali
  - caratteri
  - immagini
- Macchina di Von Neumann
  - CPU (UC, ALU, registri, clock)
  - memoria centrale
  - bus di bistema
  - periferiche
- Linguaggio macchina
- Linguaggio assembler
- Sistema operativo
- Ambiente di programmazione

Codifica numeri naturali



- Poiché l'unità elementare di informazione in un elaboratore è il bit, che corrisponde alle due cifre *0* e *1,* in modo naturale viene utilizzato il sistema di numerazione posizionale in base *2*

- Fissato il numero di bit *k* da utilizzare nella rappresentazione
  1. si converte il numero di partenza nella base *2*
  2. si antepongono bit uguali a *0* al numero determinato fino ad ottenere complessivamente esattamente *k* bit

  NB: l'aggiunta dei bit pari a *0* nel passo 2. è necessaria perché nella memorizzazione del numero bisogna specificare per ogni bit (anche per i più significativi che convenzionalmente non indichiamo quando pari a *0*) lo stato del relativo dispositivo bistabile; in caso contrario si potrebbero avere errori di rappresentazione.

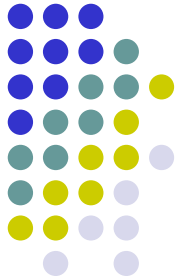
Esempio

- *43 (con k=8 e b'=2)*

43:2 = 21 con resto 1
21:2 = 10 con resto 1
10:2 = 5 con resto 0
5:2 = 2 con resto 1
2:2 = 1 con resto 0
*1:2 = **0** con resto 1*

Quindi $43=101011_2$, la cui rappresentazione a *8* bit è

00101011

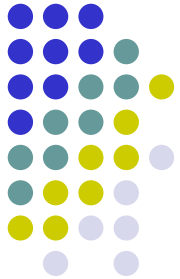


- Chiaramente, fissato il numero di bit *k*, è possibile rapprentare al più 2^k numeri interi, che vanno da *0 (0…0)* a 2^k*-1 (1…1)*

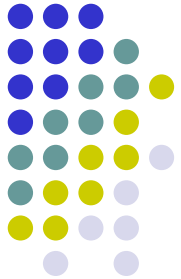
- Quindi, l'intervallo dei numeri rappresentabile con *k* bit è $[0,2^k-1]$

- Overflow: errore che si verifica quando si tenta di rappresentare un numero al di fuori dell'intervallo, ad esempio quando il risultato di un'operazione aritmetica è troppo grande

Codifica numeri interi (positivi e negativi)



- Esistono diverse codifiche
- Tra le più note:
  - rappresentazione in modulo e segno
    - più semplice e diretta
  - rappresentazione in complemento a *2*
    - ha il pregio di poter effettuare somme algebriche, ossia la sottrazione *a-b* equivale ad effettuare la somma *a+(-b)*
    - *a* livello di circuteria elettronica ciò consente di poter effettuare somme e sottrazioni in modo unificato tramite un unico dispositivo sommatore che opera sulle codifiche di *a* e *b*
  - *…*



- Rappresentazione in modulo e segno a *k* bit:
  - *1* bit per il segno, solitamente il più significativo posto a *0* per indicare il segno + e ad *1* per indicare il segno –
  - *k-1* bit per il modulo o valore assoluto, secondo la codifica dei numeri naturali

- L'intervallo dei numeri rappresentabili quindi è

$$[-(2^{k-1}-1),\ 2^{k-1}-1]$$

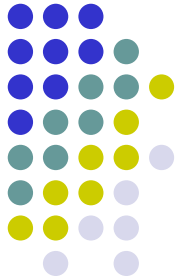
- Si noti che esistono due codifiche possibili per il numero *0*, ossia *00…0* (corrispondente a +*0*) e *10…0* (corrispondente a -*0*)

Esempio 1

Rappresentazione in segno e modulo su tre bit

Interi	Segno/modulo
-4	-
-3	111
-2	110
-1	101
-0	100
+0	000
+1	001
+2	010
+3	011

Esempio 2

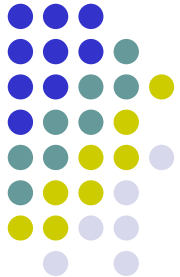


Rappresentazione in modulo e segno a *k=8* bit dei numeri *26* e *-26*

26:2 = 13 con resto 0
13:2 = 6 con resto 1
6:2 = 3 con resto 0
3:2 = 1 con resto 1
*1:2 = **0** con resto 1*

Quindi $26=11010_2$, per cui

- rappresentazione di *26*: *00011010*
- rappresentazione di *-26*: *10011010*

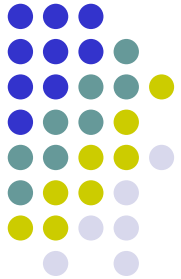


- Rappresentazione in complemento a 2 a *k* bit:
  - Poiché esiste un'unica codifica del numero 0 (-0 non viene rappresentato), l'intervallo dei numeri rappresentabili è

    $$[-2^{k-1}, 2^{k-1}-1]$$

  - I numeri non negativi coincidono con la rappresentazione in modulo e segno
  - Infatti la rappresentazione di un numero non negativo si ottiene semplicemente convertendolo in binario
  - La rappresentazione di un numero negativo *-N* si ottiene facendo la conversione in binario del numero 2^k*-N*
  - Una semplice regola di conversione:
    - si converte in binario il numero N
    - si complementano tutti i bit
    - si somma 1

Esempio 1 (1/3)



Rappresentazione in *k=8* bit dei numeri *26* e *-26*

26:2 = 13 con resto 0
13:2 = 6 con resto 1
6:2 = 3 con resto 0
3:2 = 1 con resto 1
*1:2 = **0** con resto 1*

Quindi $26=11010_2$, per cui

	modulo e segno	complemento a 2
- rappresentazione di *26*:	*00011010*	*00011010*
- rappresentazione di *-26*:	*10011010*	

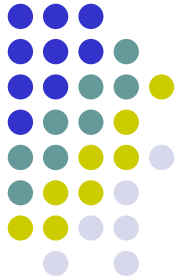
Esempio 1 (2/3)

$2^8 - 26 = 256 - 26 = 230_{10}$

230 : 2 = 115 con resto 0
115 : 2 = 57 con resto 1
57 : 2 = 28 con resto 1
28 : 2 = 14 con resto 0
14 : 2 = 7 con resto 0
7 :2 = 3 con resto 1
3 : 2 = 1 con resto 1
1: 2 = 0 con resto 1

$-26_{10} = 11100110_2$

Esempio 1 (3/3)



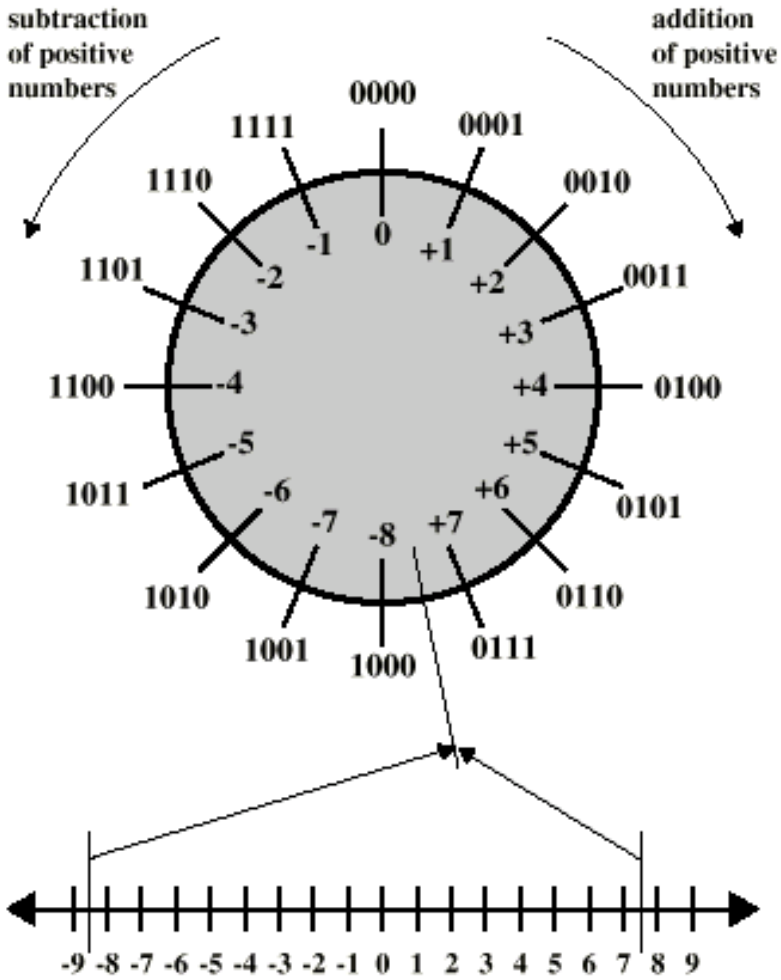
Rappresentazione in *k=8* bit dei numeri *26* e *-26*

26:2 = 13 con resto 0
13:2 = 6 con resto 1
6:2 = 3 con resto 0
3:2 = 1 con resto 1
*1:2 = **0** con resto 1*

Quindi $26=11010_2$, per cui

	modulo e segno	complemento a 2
- rappresentazione di *26*:	*00011010*	*00011010*
- rappresentazione di *-26*:	*10011010*	*11100110*

Esempio 2



(a) 4-bit numbers

Valore binario $b_3b_2b_1b_0$	Notazione modulo e segno	Notazione complemento a 2
0000	+ 0	0
0001	+ 1	+ 1
0010	+ 2	+ 2
0011	+ 3	+ 3
0100	+ 4	+ 4
0101	+ 5	+ 5
0110	+ 6	+ 6
0111	+ 7	+ 7
1000	– 0	– 8
1001	– 1	– 7
1010	– 2	– 6
1011	– 3	– 5
1100	– 4	– 4
1101	– 5	– 3
1110	– 6	– 2
1111	– 7	– 1

Nota

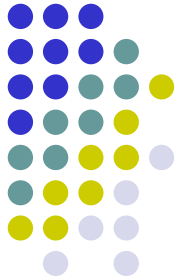
- Per fare la codifica di un numero devo capire a quale range appartiene

- Ad esempio se $N=-74$ e considerato il range $[-2^{m-1},2^{m-1}-1]$, è neccesario che $m=8$ in modo da ottenere $[-2^{7},2^{7}-1]=[-128,127]$ $(-74 \in [-128,127])$

- Per $N=74$, $m=7$ considerando però il range $[0,2^{7}-1] = [0,127]$ $(74 \in [0,127])$

  Quando ho numeri negativi devo raddoppiare il range in quanto metà serve per la rappresentazione dei numeri positivi e metà per quelli negativi

Codifica numeri frazionari (reali compresi tra *0* ed *1*)



- I numeri frazionari sono reali N t.c. $0 < N < 1$
- Non sono rappresentabili in maniera precisa in quanto per farlo servirebbero un numero infinito di cifre (e quindi di bit)

- Estendendo quanto detto per i sistemi di numerazione alla parte del numero dopo la virgola si ha che

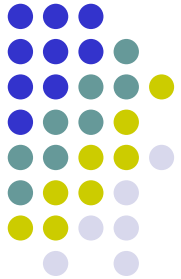
$$N_{10} = 0, a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} = a_{-1} \cdot 10^{-1} + a_{-2} \cdot 10^{-2} + \ldots + a_{-n} \cdot 10^{-n} = \sum_{i=-1}^{-n} a_i \cdot 10^i$$

Es. $0{,}587_{10}$ = (5 x 10^{-1} + 8 x 10^{-2} + 7 x 10^{-3})

- Per una generica base *b*

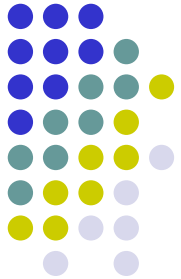
$$N_b = (0, a_{-1} \ldots a_{-n})_b = a_{-1} \cdot b^{-1} + \ldots + a_{-n} \cdot b^{-n} = \sum_{i=-1}^{-n} a_i \cdot b^i \qquad (2)$$

Il peso delle cifre a_i dipende dalla base prescelta nel sistema di numerazione



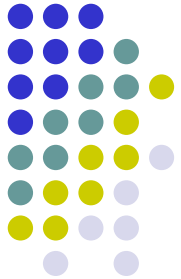
- Come convertire un numero frazionario in base *b* nel suo equivalente in una base *b'≠ b*?

- Di nuovo abbiamo due regole generali che effettuano le operazioni aritmetiche coinvolte rispettivamente nella base partenza *b* e nella base di arrivo *b'*



Regola 1:

- svolge le operazioni nella base di arrivo *b'*, per cui è molto adatta al caso in cui *b'=10*
- consiste nell'applicare in modo diretto la sommatoria *(2)* nel seguente modo:
  1. si esprimono le cifre a_i e la base *b* nella base *b'* (solitamente banale)
  2. si calcola la sommatoria *(2)*



Esempi

- $0,1101_2 =$

  $=1\cdot 2^{-1}+1\cdot 2^{-2}+0\cdot 2^{-3}+1\cdot 2^{-4}=$

  $=1/2 + 1/4 + 1/16=0.8125_{10}$

- $0,1011_2 =$

  $= 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}=$

  $= 1/2 + 1/8 + 1/16 = 0,6875_{10}$

- $0,452_8 =$

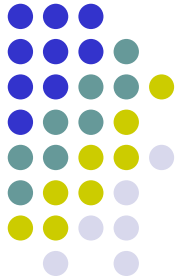
  $= 4\cdot 8^{-1}+5\cdot 8^{-2}+2\cdot 8^{-3}=$

  $= 4/8+5/64+2/512=0,582031252_{10}$

- $0,1A8_{16} =$

  $= 1\cdot 16^{-1}+10\cdot 16^{-2}+8\cdot 16^{-3}=$

  $=1/16+10/256+8/4096=0,103515625_{10}$



Regola 2 (delle moltiplicazioni successive):

- svolge le operazione nella base di partenza *b,* per cui è molto adatta al caso in cui *b=10*

- si basa sull'osservazione che, moltiplicando il numero per *b':*
  - la parte intera corrisponde alla prima cifra dopo la virgola del numero nella base *b'*
  - la parte frazionaria al numero ottenuto cancellando la prima cifra dopo la virgola dal numero di partenza espresso in base *b'*
  - le cifre successive alla prima dopo la virgola possono essere quindi determinate riapplicando ricorsivamente lo stesso metodo alla parte frazionaria

Esempio

0.623·10 = 6.23, ossia parte intera 6 e frazionaria 0.23
0.23·10 = 2.3, ossia parte intera 2 e frazionaria 0. 3
0.3·10 = 3, ossia parte intera 3 e frazionaria 0

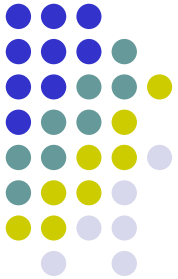
Regola 2:

1. si determinano la parte intera a frazionaria della moltiplicazione del numero per *b'*
2. si prosegue come al passo *1*. considerando di volta in volta come numero di partenza la parte frazionaria della moltiplicazione effettuata nel passo precedente, finché non si determina una parte frazionaria nulla
3. si scrivono tutte le parti intere nell'ordine in cui sono state ottenute, esprimendole nella base *b'* (solitamente banale)

NB:

- la prima parte intera ottenuta (al passo 1.) corrisponde alla prima cifra dopo la virgola, mentre l'ultima a quella più lontana
- se b'<b tutte le parti intere ottenute sono già espresse nella base *b'*

Esempi



1) 0.375 (b=10 e b'=2)

$$
\begin{array}{lll}
0.375 \cdot 2 = & 0 + 0.75 \\
0.75 \cdot 2 = & 1 + 0.5 \\
0.5 \cdot 2 = & 1 + \mathbf{0}
\end{array}
$$

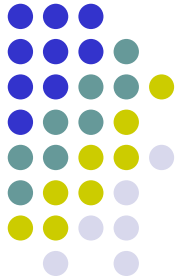
Quindi $0.375 = 0{,}011_2$

2) 0.84375 (b=10 e b'=16)

$$
\begin{array}{lll}
0.84375 \cdot 16 = & 13\ (D) + 0.5 \\
0.5 \cdot 16 = & 8\ (8) + \mathbf{0}
\end{array}
$$

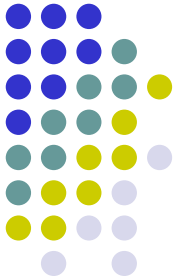
Quindi $0.84375 = 0{,}D8_{16}$

Nota



- I numeri frazionari possono introdurre approssimazioni dovute alla presenza di un numero limitato di cifre dopo la virgola
- L'approssimazione è comunque inferiore a b^{-n} dove n è il numero di cifre utilizzate

Esempio 1



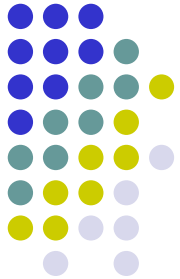
1) 0.587 (b=10 e b'=2)

$0.587 \cdot 2 = 1 + 0.174$
$0.174 \cdot 2 = 0 + 0.348$
$0.348 \cdot 2 = 0 + 0.696$
$0.696 \cdot 2 = 1 + 0.392$
$0.392 \cdot 2 = 0 + 0.784$
$0.784 \cdot 2 = 1 + 0.568$
$0.568 \cdot 2 = 1 + 0.136$
…

$0.587_{10} = 0.1001_2$ (approssimazione $< 2^{-4}$)

$0.587_{10} = 0.1001011_2$ (approssimazione $< 2^{-7}$)

Esempio 2



2) 0.35 (b=10 e b'=2)

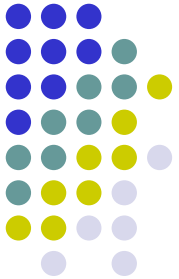
$0.35 \cdot 2 = 0 + 0.7$
$0.7 \cdot 2 = 1 + 0.4$
$0.4 \cdot 2 = 0 + 0.8$
$0.8 \cdot 2 = 1 + 0.6$
$0.6 \cdot 2 = 1 + 0.2$
$0.2 \cdot 2 = 0 + 0.4$
$0.4 \cdot 2 = 0 + 0.8$
…

m

$0.35_{10} = 0.010110\ldots_2$

m

(approssimazione $< 2^{-m}$)

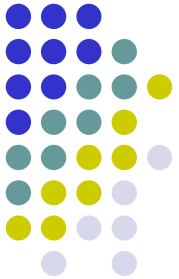


- Per codificare i numeri frazionari di nuovo viene utilizzato il sistema di numerazione posizionale in base *2*

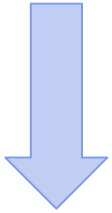
- Fissato il numero di bit *k* da utilizzare nella rappresentazione
  1. si converte il numero di partenza nella base *2*
  2. si considerano solo i primi *k* bit dopo la virgola, eventualmente tagliando i rimanenti o aggiungendo bit uguali a *0* alla parte finale fino ad ottenere complessivamente esattamente *k* bit

NB: non è necessario rappresentare lo *0* iniziale e la virgola, perché sono comuni a tutti i numeri frazionari

Esempi *(k=4)*

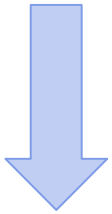


1) $0.375 = 0{,}011_2$

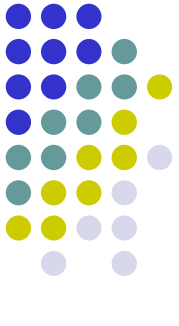


0110

2) $0.84375 = 0{,}11011_2$



1101

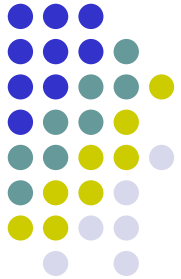


Osservazioni:

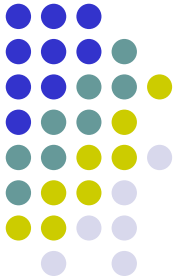
- l'eventuale aggiunta di bit pari a *0* nel passo 2. è necessaria perché nella memorizzazione del numero bisogna specificare per ogni bit (anche per gli ultimi dopo la virgola che convenzionalmente non indichiamo quando pari a *0*) lo stato del relativo dispositivo bistabile; in caso contrario si potrebbero avere errori di rappresentazione
- l'eventuale taglio di bit finali (dopo il bit finale) causa un errore di rappresentazione; in particolare, se n è il numero frazionario da rappresentare e $r(n)$ il numero rappresentato al posto di n tagliando dopo il bit k, l'errore assoluto commesso è

$$err.ass. = |n - r(n)| \leq 2^{-k}$$

Codifica numeri reali



- Esistono due codifiche fondamentali:
  - rappresentazione in virgola fissa
    - più semplice e diretta
    - k_1 bit per la parte intera secondo la codifica dei numeri interi
    - k_2 bit per la parte frazionaria secondo la codifica dei numeri frazionari
    - NB: una volta stabilito che i primi k_1 bit sono per la parte intera e i rimanenti k_2 bit per la parte frazionaria, non è chiaramente necessario codificare la virgola
  - rappresentazione in virgola mobile (floating point)
    - si basa sull'osservazione che l'errore (assoluto) per la rappresentazione deve essere piccolo per numeri piccoli e può esser grande per numeri grandi
    - in altre parole, l'errore che bisogna limitare è l'errore percentuale, ossia l'errore assoluto rapportato alla grandezza del numero
    - ciò ha il pregio di poter rappresentare da un lato numeri reali, dall'altro numeri reali molto piccoli con precisione molto grande

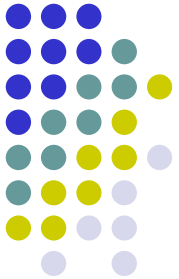


Rappresentazione in virgola fissa:

- Per la rappresentazione dei numeri reali è sufficiente giustapporre due numeri (un intero ed un frazionario)

- Es: *00101001011,10110*

  - La parte intera consta di 11 bit e la parte frazionaria di 5 bit
  - Corrisponde al numero reale $331{,}6875_{10}$



Rappresentazione in virgola mobile:

Un numero reale viene espresso nella forma

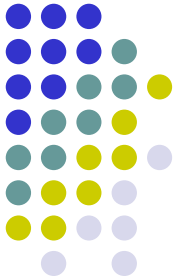
$$N = \pm m \cdot p^e$$

dove

- m è un numero frazionario (tra 0 ed 1) chiamato mantissa, solitamente con la prima cifra dopo la virgola non nulla (rappresentazione normalizzata)
- e è un numero intero chiamato esponente o caratteristica
- p è la base della rappresentazione

Esempi ($p=10$)

- *10842:* $0{,}10842 \cdot 10^5$
- *0,000013:* $0{,}13 \cdot 10^{-4}$



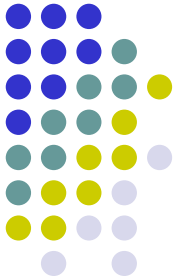
Un numero in virgola mobile si dice normalizzato se la posizione più significativa della mantissa contiene una cifra diversa dallo zero

Esempio:

$+0{,}45676 \cdot 10^{2}$ (normalizzato)

$+0{,}0045676 \cdot 10^{4}$ (non normalizzato)

Esempio (1/2)



$N = m \cdot p^e$

$m=1011$

$p=2$

$e=01010$

in decimale N a quanto corrisponde?

Esempio (2/2)

Ricordiamo che:

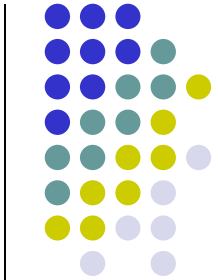
$$N_b = (0, a_{-1} \ldots a_{-n})_b = a_{-1} \cdot b^{-1} + \ldots + a_{-n} \cdot b^{-n} = \sum_{i=-1}^{-n} a_i \cdot b^i \qquad (2)$$

Quindi:

$m_{10} = 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 0{,}6875$

$e_{10} = 10$

$$N_{10} = 0{,}6875 \cdot 2^{10} = 0{,}6875 \cdot 1024 = 704{,}01$$



A livello di codifica:

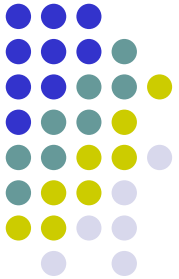
- 1 bit per il segno
- k_1 bit per la mantissa *m* secondo la codifica dei numeri frazionari
- k_2 bit per la caratteristica *e* secondo la codifica dei numeri interi

Se la caratteristica viene rappresentata in modulo e segno a k_2 bit, l'intervallo dei numeri rappresentabili è

$$\left[-\left(1-2^{-k_1}\right)\cdot p^{2^{(k_2-1)}-1}, \left(1-2^{-k_1}\right)\cdot p^{2^{(k_2-1)}-1}\right]$$

err.rel. = err.ass/n = |n-r(n)|/n = $2^{-k_1}p^e/n \approx 2^{-k_1}p^e/p^e = 2^{-k_1}$

Osservazioni conclusive sui numeri reali



- L'utilizzo di memoria finita (numero finito di bit) per rappresentare i reali comporta, oltre ad un limite superiore al massimo numero rappresentabile, un errore di rappresentazione dovuto al fatto che una precisione infinita richiede un numero infinito di bit
- Come conseguenza, in un elaboratore non possono essere rappresentati numeri reali, ma solo loro approssimazioni razionali
- Tali approssimazioni nella rappresentazione in virgola fissa sono distribuite uniformemente, ossia ognuna alla stessa distanza (2^{-k_2}) dalla successiva
- Nella rappresentazione in virgola mobile sono molto vicine per numeri piccoli e si allontanano progressivamente al crescere dei numeri
- Calcolo numerico: disciplina che studia la propagazione dell'errore di rappresentazione al susseguirsi delle operazioni

Punti Chiave

- Codifica numeri
  - Codifica numeri interi
  - Codifica numeri frazionari
  - Codifica numeri reali