

CdL in Fisica - A.A. 2008-2009
Compito di Analisi Matematica 2

20 luglio 2009

PARTE A

Esercizio 1

Verificare il teorema della divergenza per il campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z)$ e la superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 = x^2 + y^2, \quad 0 \leq z \leq 1\}$.

Esercizio 2

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{t^2 e^{-y^2}}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2a) Verificare a priori l'esistenza ed unicità della soluzione.

2b) Risolvere il problema di Cauchy.

2c) Qual è l'intervallo massimale di esistenza della soluzione?

Esercizio 3

Studiare la convergenza puntuale, totale ed uniforme della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (e^{\frac{|x|}{\sqrt{n}}} - 1), \quad |x| \leq 1.$$

PARTE B

Esercizio 1

Sia ω una forma differenziale. Definire la nozione di forma chiusa ed esatta e di integrale curvilineo per una forma differenziale. Dimostrare che l'integrale di una forma esatta su una curva chiusa è nullo. Dire se tale condizione è anche sufficiente per l'esattezza di una forma. Motivare la risposta.

Esercizio 2

Enunciare il teorema di Gauss-Green per funzioni $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, A aperto di $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 3

Enunciare la condizione di stabilità ed asintotica instabilità per la soluzione di un sistema autonomo. Nel caso in cui il sistema autonomo abbia la forma $\dot{y} = Ay$, con A matrice $n \times n$, quale condizione devono verificare gli autovalori di A affinché $y = 0$ sia una soluzione asintoticamente stabile?