

CdL in Fisica - A.A. 2008-2009
Compito di Analisi Matematica 2

12 febbraio 2009

Esercizio 1

Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{n}{nx + x^2 \ln(1+x)}, \quad x > 0,$$

studiarne la convergenza puntuale e uniforme.

Esercizio 2

Verificare che l'equazione

$$(z^2 - y) \cos(x + y) + (z^2 - 1)^2 + \frac{x^2}{\pi} - 1 = 0$$

definisce in un intorno di $P = (0, 0, 0)$ una superficie in forma cartesiana. Stabilire se P è un punto critico per tale superficie e, in caso affermativo, determinarne la natura.

Esercizio 3

Dato il campo vettoriale

$$F(x, y, z) = \left(x \log(x^2 + y^2) + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 1}}, y \log(x^2 + y^2) + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 1}}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 1}} \right),$$

determinare il lavoro compiuto dal campo F per spostare un punto materiale lungo una curva γ congiungente i punti $(2, 0, 0)$ e $(0, 2, 0)$.

Esercizio 4

Dato il seguente sistema autonomo

$$\begin{cases} x' = 5y + x\sqrt{x^2 + y^2} \cos \frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ y' = -5x + y\sqrt{x^2 + y^2} \cos \frac{\pi}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases}$$

1. Verificare che l'origine è un punto critico per il sistema.
2. Scrivere la linearizzazione di tale sistema attorno all'origine e stabilire la natura dell'origine per il sistema linearizzato. Cosa possiamo dire del sistema nonlineare?
3. Studiare la natura dell'origine per il sistema nonlineare.
4. Disegnare approssimativamente le orbite in un intorno dell'origine.